

n. 1

Matricola: B046

Nome: _____

Svolgere almeno uno tra gli esercizi 1 e 2 ed almeno uno tra gli esercizi 3 e 4.

Esercizio 1

Studiare la funzione

$$y = e^{\frac{|x-1|}{x}}$$

e disegnarne un grafico approssimativo evidenziando eventuali massimi e minimi relativi, punti di flesso, punti angolosi, cuspidi, ...

Esercizio 2

Stabilire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = \frac{(1 - e^{-x^2}) \sin x}{\alpha + 2x^{2-\alpha}}$$

è integrabile tra 0 e $+\infty$.

Esercizio 3

Per ognuno dei seguenti casi (dove a è una costante positiva):

- disegnare la regione di integrazione
- calcolare l'integrale dato
- scrivere l'integrale con l'ordine di integrazione invertito e, se possibile, calcolarlo.

$$\begin{array}{ll} \text{(i)} \int_0^a \left(\int_0^{a-y} dx \right) dy; & \text{(ii)} \int_0^a \left(\int_0^y (x^2 + y^2) dx \right) dy; \\ \text{(iii)} \int_0^1 \left(\int_x^{\sqrt{x}} xy^2 dy \right) dx; & \text{(iv)} \int_0^1 \left(\int_0^x e^{-x^2} dy \right) dx. \end{array}$$

Esercizio 4

Sia dato il campo vettoriale

$$\underline{F} = (2yz + 3x^2z, 2xz - y, 2xy + cx^3 + 3),$$

- determinare, se esiste, il valore della costante c per cui il campo è conservativo, e per tale valore di c determinare il potenziale U del campo tale che $U(0, 0, 2) = 0$;
- per $c = 1$ calcolare il lavoro del campo lungo la curva $\gamma(t) = (t^3 - 2, t^4 + 3t^2, t + 1)$, $t \in [0, 1]$;
- per $c = 2$ calcolare il lavoro del campo lungo il segmento che unisce i punti $(0, 0, 0)$ e $(1, 2, 0)$, percorso nel senso delle x crescenti.

n. **2**Matricola: **B046**

Nome: _____

Svolgere almeno uno tra gli esercizi 1 e 2 ed almeno uno tra gli esercizi 3 e 4.

Esercizio 1

Studiare la funzione

$$y = e^{\frac{|x+1|}{x}}$$

e disegnarne un grafico approssimativo evidenziando eventuali massimi e minimi relativi, punti di flesso, punti angolosi, cuspidi, ...

Esercizio 2

Stabilire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = \frac{(1 - e^{-x^2}) \sin^2 x}{\alpha + x^{5-\alpha}}$$

è integrabile tra 0 e $+\infty$.

Esercizio 3

Per ognuno dei seguenti casi (dove a è una costante positiva):

- disegnare la regione di integrazione
- calcolare l'integrale dato
- scrivere l'integrale con l'ordine di integrazione invertito e, se possibile, calcolarlo.

$$\begin{array}{ll} \text{(i)} \int_0^a \left(\int_0^{a-x} dy \right) dx; & \text{(ii)} \int_0^a \left(\int_0^x (x^2 + y^2) dy \right) dx; \\ \text{(iii)} \int_0^1 \left(\int_y^{\sqrt{y}} yx^2 dx \right) dy; & \text{(iv)} \int_0^1 \left(\int_0^y e^{-y^2} dx \right) dy. \end{array}$$

Esercizio 4

Sia dato il campo vettoriale

$$\underline{F} = (2yz - x, 2xz + 3y^2z, 2xy + cy^3 + 3),$$

- determinare, se esiste, il valore della costante c per cui il campo è conservativo, e per tale valore di c determinare il potenziale U del campo tale che $U(0, 0, 2) = 0$;
- per $c = 1$ calcolare il lavoro del campo lungo la curva $\gamma(t) = (t^4 + 3t^2, t^3 - 2, t + 1)$, $t \in [0, 1]$;
- per $c = 2$ calcolare il lavoro del campo lungo il segmento che unisce i punti $(0, 0, 0)$ e $(2, 1, 0)$, percorso nel senso delle x crescenti.