

n. 1

Matricola: B046

Nome: \_\_\_\_\_

Svolgere almeno uno tra gli esercizi 1 e 2 ed almeno uno tra gli esercizi 3 e 4.

**Esercizio 1**

Calcolare l'integrale

$$\int_0^1 \frac{\arctan x}{(x+2)^3} dx$$

**Esercizio 2**Calcolare, al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+\alpha x} - 2}{x \cos x + \sin(\alpha x)}.$$

**Esercizio 3**Sia  $D$  l'insieme chiuso delimitato dalle rette  $y = x$  e  $y = 2x$ , con  $-1 \leq x \leq 2$ , e sia  $f(x, y) = e^{|y-x|}$ .

- Giustificare l'esistenza del massimo assoluto e del minimo assoluto di  $f$  su  $D$ ;  $f$  assume tutti i valori compresi tra il minimo e il massimo assoluto? Giustificare la risposta.
- Mediante lo studio delle linee di livello di  $f$ , determinare il massimo assoluto e il minimo assoluto di  $f$  su  $D$ , precisando i punti in cui sono assunti.
- Calcolare

$$\iint_D f(x, y) dx dy.$$

**Esercizio 4**Sia data la funzione  $f(x, y) = x^2 y^3$ .

- Determinare, se esistono, due valori  $x$  e  $y$  positivi, la cui somma sia 5, e che rendono massima la funzione  $f$ .
- Dedurre, senza fare calcoli, l'immagine della funzione  $g(x, y) = \sqrt{f(x, y)}$  sul segmento che unisce i punti  $(0, 5)$  e  $(5, 0)$ .
- Sia  $\Sigma$  la superficie data dal grafico di  $f(x, y)$  ristretto al rettangolo  $\{(x, y) : 1 \leq x \leq 3, 1 \leq y \leq 2\}$ , orientata con normale verso l'alto. Determinare il flusso attraverso  $\Sigma$  del campo

$$\underline{F} = \left( -\frac{1}{2xy}, \frac{1}{x^2}, \frac{z}{y} \right).$$

n. **2**Matricola: **B046**

Nome: \_\_\_\_\_

Svolgere almeno uno tra gli esercizi 1 e 2 ed almeno uno tra gli esercizi 3 e 4.

**Esercizio 1**

Calcolare l'integrale

$$\int_0^1 \frac{\arctan x}{(x+1)^3} dx$$

**Esercizio 2**Calcolare, al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{1-x} - \frac{1}{1+\alpha x}}{x \cos x - \sin(\alpha x)}.$$

**Esercizio 3**Sia  $D$  l'insieme chiuso delimitato dalle rette  $y = x$  e  $y = x/2$ , con  $-2 \leq x \leq 1$ , e sia  $f(x, y) = e^{|y-x|}$ .

- Giustificare l'esistenza del massimo assoluto e del minimo assoluto di  $f$  su  $D$ ;  $f$  assume tutti i valori compresi tra il minimo e il massimo assoluto? Giustificare la risposta.
- Mediante lo studio delle linee di livello di  $f$ , determinare il massimo assoluto e il minimo assoluto di  $f$  su  $D$ , precisando i punti in cui sono assunti.
- Calcolare

$$\iint_D f(x, y) dx dy.$$

**Esercizio 4**Sia data la funzione  $f(x, y) = x^3 y^2$ .

- Determinare, se esistono, due valori  $x$  e  $y$  positivi, la cui somma sia 5, e che rendono massima la funzione  $f$ .
- Dedurre, senza fare calcoli, l'immagine della funzione  $g(x, y) = \sqrt{f(x, y)}$  sul segmento che unisce i punti  $(0, 5)$  e  $(5, 0)$ .
- Sia  $\Sigma$  la superficie data dal grafico di  $f(x, y)$  ristretto al rettangolo  $\{(x, y) : 1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 3\}$ , orientata con normale verso l'alto. Determinare il flusso attraverso  $\Sigma$  del campo

$$\underline{F} = \left( -\frac{1}{y^2}, \frac{1}{2xy}, \frac{z}{x} \right).$$