n. 1

Matricola: **B046**

Nome: _____

Svolgere almeno uno tra gli esercizi 1 e 2 ed almeno uno tra gli esercizi 3 e 4.

Esercizio 1

Sia data la successione

$$a_n = \log \left(\frac{1}{1 + \sin(1/n^2)} \right) + \frac{1}{\alpha n^\alpha}.$$

- a) Determinare, al variare del parametro α , l'ordine di infinitesimo della successione a_n .
 b) Determinare per quali valori di α la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$$

risulta convergente o assolutamente convergente.

Esercizio 2

Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{1}{\log(2 \arctan x + 1)}$$

e disegnarne un grafico qualitativo (non è richiesto lo studio della derivata seconda).
 Dedurre la presenza di eventuali punti di flesso.

Esercizio 3

Sia f la funzione data da

$$f(x, y) = y(3x^2 + 6x + y^2)$$

- a) Determinare tutti i punti critici di f e studiare la loro natura locale.
 b) Mostrare che l'equazione $3x^2 + 6x + y^2 = 6$ descrive una ellisse centrata in $(-1, 0)$, e calcolare la lunghezza dei suoi semiassi. Determinare quindi il massimo e il minimo assoluto di f nell'insieme

$$D = \{(x, y) : 3x^2 + 6x + y^2 \leq 6, y \leq 0\}.$$

Esercizio 4

Sia S la porzione del cono $z = \sqrt{x^2 + y^2} - 1$ contenuta nell'ottante $\{(x, y, z) : x \geq 0, y \geq 0, z \leq 0\}$.

- a) Calcolare

$$\iint_S yz \, dS.$$

- b) Determinare il piano tangente a S nel punto $P = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{2} \right)$.

n. **2**Matricola: **B046**

Nome: _____

Svolgere almeno uno tra gli esercizi 1 e 2 ed almeno uno tra gli esercizi 3 e 4.

Esercizio 1

Sia data la successione

$$a_n = \log \left(\frac{1}{\cos(1/n)} \right) - \frac{1}{\alpha n^\alpha}.$$

- a) Determinare, al variare del parametro α , l'ordine di infinitesimo della successione a_n .
 b) Determinare per quali valori di α la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$$

risulta convergente o assolutamente convergente.

Esercizio 2

Studiare la funzione

$$f(x) = -\frac{1}{\log(\arctan x + 1)}$$

e disegnarne un grafico qualitativo (non è richiesto lo studio della derivata seconda).
 Dedurre la presenza di eventuali punti di flesso.

Esercizio 3

Sia f la funzione data da

$$f(x, y) = x(x^2 + 6y + 3y^2)$$

- a) Determinare tutti i punti critici di f e studiare la loro natura locale.
 b) Mostrare che l'equazione $x^2 + 6y + 3y^2 = 6$ descrive una ellisse centrata in $(0, -1)$, e calcolare la lunghezza dei suoi semiassi. Determinare quindi il massimo e il minimo assoluto di f nell'insieme

$$D = \{(x, y) : x^2 + 6y + 3y^2 \leq 6, x \geq 0\}.$$

Esercizio 4

Sia S la porzione del cono $z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$ contenuta nel primo ottante $\{(x, y, z) : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$.

- a) Calcolare

$$\iint_S xz \, dS.$$

- b) Determinare il piano tangente a S nel punto $P = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2} \right)$.