

n. 1

Matricola: 0000000

Nome:

Svolgere completamente almeno uno tra gli esercizi 1 e 2 ed almeno uno tra gli esercizi 3 e 4.

**Esercizio 1**

Sia

$$f(x) = \frac{\cos(\sin x) - \cos x}{(x + 2\pi)^4}$$

a) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow -2\pi} f(x)$ .b) Se  $a_n = 1/n^k - 2\pi$ , per quali valori positivi di  $k$  la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} f(a_n)$$

risulta convergente o assolutamente convergente?

**Esercizio 2**

Studiare la funzione

$$f(x) = |x^2 - 1| \sqrt[3]{3x - 2}$$

e disegnarne un grafico qualitativo.

Determinare il polinomio di secondo grado che meglio approssima, per  $x \rightarrow \infty$ , il comportamento di  $g(x) = x^{-1/3} f(x)$ .**Esercizio 3**

Determinare il massimo e minimo assoluto della funzione

$$f(x, y) = \frac{3x}{x^2 + y^2 + 2}$$

sul dominio  $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4, x \geq |y|\}$ . Quale è l'immagine di  $f$  su  $D$ ? Giustificare la risposta.**Esercizio 4**Sia  $A$  l'insieme compreso tra i grafici di  $y = e^{-x}$  e di  $y = e^{-1}$  per  $0 \leq x \leq 1$ . Rappresentare graficamente  $A$ .

a) Calcolare

$$\iint_A \left( ye^x + \frac{1}{y} \right) dx dy.$$

b) Detta  $\partial A$  la frontiera di  $A$ , determinare la massa totale di una curva materiale di densità  $\rho(x, y) = ye^{-x}$ , disposta lungo  $\partial A$ .

n. **2**Matricola: **0000000**

Nome:

**Svolgere completamente almeno uno tra gli esercizi 1 e 2 ed almeno uno tra gli esercizi 3 e 4.**

**Esercizio 1**

Sia

$$f(x) = \frac{\cos(\sin x) - \cos x}{(x - 2\pi)^4}$$

a) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow 2\pi} f(x)$ .b) Se  $a_n = 2\pi + 1/n^k$ , per quali valori positivi di  $k$  la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} f(a_n)$$

risulta convergente o assolutamente convergente?

**Esercizio 2**

Studiare la funzione

$$f(x) = |x^2 - 1| \sqrt[3]{3x + 2}$$

e disegnarne un grafico qualitativo.

Determinare il polinomio di secondo grado che meglio approssima, per  $x \rightarrow \infty$ , il comportamento di  $g(x) = x^{-1/3} f(x)$ .

**Esercizio 3**

Determinare il massimo e minimo assoluto della funzione

$$f(x, y) = \frac{2x}{x^2 + y^2 + 3}$$

sul dominio  $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4, x \leq -|y|\}$ . Quale è l'immagine di  $f$  su  $D$ ? Giustificare la risposta.

**Esercizio 4**

Sia  $A$  l'insieme compreso tra i grafici di  $y = e^{x-1}$  e di  $y = e^{-1}$  per  $0 \leq x \leq 1$ . Rappresentare graficamente  $A$ .

a) Calcolare

$$\iint_A \left( ye^{1-x} + \frac{1}{y} \right) dx dy.$$

b) Detta  $\partial A$  la frontiera di  $A$ , determinare la massa totale di una curva materiale di densità  $\rho(x, y) = ye^{x-1}$ , disposta lungo  $\partial A$ .