

n. 1

Matricola: 0000000

Nome:

Svolgere completamente almeno uno tra gli esercizi 1 e 2 ed almeno uno tra gli esercizi 3 e 4.

Esercizio 1

Sia

$$f(x) = \frac{\cos(\sin x) - \cos x}{(x + 2\pi)^4}$$

a) Calcolare $\lim_{x \rightarrow -2\pi} f(x)$.b) Se $a_n = 1/n^k - 2\pi$, per quali valori positivi di k la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} f(a_n)$$

risulta convergente o assolutamente convergente?

Esercizio 2

Studiare la funzione

$$f(x) = |x^2 - 1| \sqrt[3]{3x - 2}$$

e disegnarne un grafico qualitativo.

Determinare il polinomio di secondo grado che meglio approssima, per $x \rightarrow \infty$, il comportamento di $g(x) = x^{-1/3} f(x)$.

Esercizio 3

Determinare il massimo e minimo assoluto della funzione

$$f(x, y) = \frac{3x}{x^2 + y^2 + 2}$$

sul dominio $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4, x \geq |y|\}$. Quale è l'immagine di f su D ? Giustificare la risposta.

Esercizio 4

Sia A l'insieme compreso tra i grafici di $y = e^{-x}$ e di $y = e^{-1}$ per $0 \leq x \leq 1$. Rappresentare graficamente A .

a) Calcolare

$$\iint_A \left(ye^x + \frac{1}{y} \right) dx dy.$$

b) Detta ∂A la frontiera di A , determinare la massa totale di una curva materiale di densità $\rho(x, y) = ye^{-x}$, disposta lungo ∂A .

n. **2**Matricola: **0000000**

Nome:

Svolgere completamente almeno uno tra gli esercizi 1 e 2 ed almeno uno tra gli esercizi 3 e 4.

Esercizio 1

Sia

$$f(x) = \frac{\cos(\sin x) - \cos x}{(x - 2\pi)^4}$$

a) Calcolare $\lim_{x \rightarrow 2\pi} f(x)$.b) Se $a_n = 2\pi + 1/n^k$, per quali valori positivi di k la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} f(a_n)$$

risulta convergente o assolutamente convergente?

Esercizio 2

Studiare la funzione

$$f(x) = |x^2 - 1| \sqrt[3]{3x + 2}$$

e disegnarne un grafico qualitativo.

Determinare il polinomio di secondo grado che meglio approssima, per $x \rightarrow \infty$, il comportamento di $g(x) = x^{-1/3} f(x)$.

Esercizio 3

Determinare il massimo e minimo assoluto della funzione

$$f(x, y) = \frac{2x}{x^2 + y^2 + 3}$$

sul dominio $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4, x \leq -|y|\}$. Quale è l'immagine di f su D ? Giustificare la risposta.

Esercizio 4

Sia A l'insieme compreso tra i grafici di $y = e^{x-1}$ e di $y = e^{-1}$ per $0 \leq x \leq 1$. Rappresentare graficamente A .

a) Calcolare

$$\iint_A \left(ye^{1-x} + \frac{1}{y} \right) dx dy.$$

b) Detta ∂A la frontiera di A , determinare la massa totale di una curva materiale di densità $\rho(x, y) = ye^{x-1}$, disposta lungo ∂A .