

n. 1

Matricola: 0000000

Nome:

Svolgere almeno uno tra gli esercizi 1 e 2 ed almeno uno tra gli esercizi 3 e 4. Giustificare le affermazioni e il procedimento seguito

Esercizio 1

Sia

$$f(x) = \frac{1}{(1 + (x + 1)^2)^\alpha (1 - (x + 1)^2)^{\alpha/2}}.$$

- a) Stabilire per quali valori del parametro α la funzione f risulta integrabile su \mathbb{R} .
 b) Calcolare, se possibile, il valore di

$$\int_{-2}^0 f(x) dx$$

quando $\alpha = 1$.

Esercizio 2

- a) studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt{1 + |6x + 3|} - |1 - x|$$

e disegnarne un grafico qualitativo.

- b) Calcolare l'area della parte di piano compresa tra il grafico della funzione e l'asse delle x per valori della x compresi tra l'ascissa del massimo assoluto di f e la più piccola intersezione di f con l'asse delle ascisse.

Esercizio 3.1 - Solo per a.a. 2011-12 e 2012-13.

Determinare, al variare del parametro $a \geq 0$ l'integrale generale della equazione differenziale

$$x'' + (a - 2)x = e^{at}$$

Esercizio 3.2 - Solo per a.a. 2010-11 e precedenti.

Dato il campo vettoriale

$$\underline{F} = (x^2, 2x + y, z + y)$$

calcolare il flusso del rotore di \underline{F} uscente dalla superficie laterale della parte di cono $z^2 = x^2 + y^2$, compreso tra i piani $z = -1$ e $z = -2$.

Esercizio 4

Sia data la funzione, definita in \mathbb{R}^2 da

$$f(x, y) = \begin{cases} \arctan(x^2 - y^2) & \text{se } x^2 + y^2 \leq 1, x + y \leq 0 \\ 5(x^2 - y^2)^2 & \text{se } x^2 + y^2 \leq 1, x + y > 0 \\ 0 & \text{se } x^2 + y^2 > 1. \end{cases}$$

Stabilire se f ammette massimo e/o minimo assoluto in \mathbb{R}^2 , giustificando la risposta. In caso affermativo, determinare l'immagine di f .

n. **2**Matricola: **0000000**

Nome:

Svolgere almeno uno tra gli esercizi 1 e 2 ed almeno uno tra gli esercizi 3 e 4. Giustificare le affermazioni e il procedimento seguito

Esercizio 1

Sia

$$f(x) = \frac{1}{(1 + (x - 1)^2)^{2\alpha}(1 - (x - 1)^2)^\alpha}.$$

- a) Stabilire per quali valori del parametro α la funzione f risulta integrabile su \mathbb{R} .
 b) Calcolare, se possibile, il valore di

$$\int_0^2 f(x) dx$$

quando $\alpha = 1/2$.

Esercizio 2

- a) studiare la funzione

$$f(x) = |x + 1| - \sqrt{1 + |6x - 3|}$$

e disegnarne un grafico qualitativo

- b) Calcolare l'area della parte di piano compresa tra il grafico della funzione e l'asse delle x per valori della x compresi tra l'ascissa del minimo assoluto di f e la più grande intersezione di f con l'asse delle ascisse.

Esercizio 3.1 - Solo per a.a. 2011-12 e 2012-13.

Determinare, al variare del parametro $a \geq 0$ l'integrale generale della equazione differenziale

$$x'' + (1 - a)x = e^{at}$$

Esercizio 3.2 - Solo per a.a. 2010-11 e precedenti.

Dato il campo vettoriale

$$\underline{F} = (x + 2y, y^2, z + y)$$

calcolare il flusso del rotore di \underline{F} uscente dalla superficie laterale della parte di cono $z^2 = x^2 + y^2$, compresa tra i piani $z = 1$ e $z = 2$.

Esercizio 4

Sia data la funzione, definita in \mathbb{R}^2 da

$$f(x, y) = \begin{cases} \arctan(x^2 - y^2) & \text{se } x^2 + y^2 \leq 1, x - y \leq 0 \\ 3(x^2 - y^2)^2 & \text{se } x^2 + y^2 \leq 1, x - y > 0 \\ 0 & \text{se } x^2 + y^2 > 1. \end{cases}$$

Stabilire se f ammette massimo e/o minimo assoluto in \mathbb{R}^2 , giustificando la risposta. In caso affermativo, determinare l'immagine di f .