n. **1** Matricola: **0000000**

Nome: “

Svolgere completamente almeno uno tra gli esercizi 1 e 2 ed almeno uno tra gli esercizi 3 e 4. Giustificare le affermazioni e il procedimento seguito

Esercizio 1

Sia $h(x) = \sin(\sin(x)) - xe^{ax^2}$.

a) Studiare, al variare di $a \in \mathbb{R}$, l'ordine di infinitesimo di $h(x)$ quando x tende a zero.

b) Determinare per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^{5/2} h(1/n)$$

risulta convergente o assolutamente convergente.

Esercizio 2

Sia

$$g(t) = \begin{cases} \dfrac{t}{\sqrt{|t-2|}} & \text{se } t \leq 3 \\[2ex] a\dfrac{\sin(t-3)}{t-3} & \text{se } t > 3 \end{cases}.$$

a) Studiare, per $a = 1$, la funzione $f(x) = \displaystyle\int_0^x g(t)\,dt$ e disegnarne il grafico.

b) Determinare, se possibile, il valore di a in modo che la funzione f non abbia punti angolosi.

Esercizio 3

Sia data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt[3]{y^2 - x^3 y}.$$

a) Determinare le regioni del piano in cui f è rispettivamente nulla, positiva, negativa, e rappresentarle graficamente.
b) Determinare gli eventuali punti critici di f e stabilirne la natura locale.
c) Determinare il massimo e il minimo assoluto di f nel rettangolo di vertici $(0, -1)$, $(0, 1)$, $(-1, -1)$ e $(-1, 1)$.

Esercizio 4

Sia D la parte di piano compresa tra la parabola di equazione $x + y^2 = 0$ e la retta $x = -1$.
a) Calcolare

$$\iint_D (y - x^2)dxdy.$$

b) Considerata una curva materiale disposta lungo la frontiera di D, determinarne la massa totale sapendo che la sua densità lineare è $\varrho(x, y) = |y|$.

n. **2** Matricola: ———-

Nome: “

Svolgere completamente almeno uno tra gli esercizi 1 e 2 ed almeno uno tra gli esercizi 3 e 4. Giustificare le affermazioni e il procedimento seguito

Esercizio 1

Sia $h(x) = \sin(\sin(2x)) - 2xe^{ax^2}$.

a) Studiare, al variare di $a \in \mathbb{R}$, l'ordine di infinitesimo di $h(x)$ quando x tende a zero.

b) Determinare per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^{5/2} h(1/n)$$

risulta convergente o assolutamente convergente.

Esercizio 2

Sia

$$g(t) = \begin{cases} \dfrac{t}{\sqrt{|t-1|}} & \text{se } t \leq 2 \\ \\ a\dfrac{\sin(t-2)}{t-2} & \text{se } t > 2 \end{cases}.$$

a) Studiare, per $a = 1$, la funzione $f(x) = \displaystyle\int_0^x g(t)\,dt$ e disegnarne il grafico.

b) Determinare, se possibile, il valore di a in modo che la funzione f non abbia punti angolosi.

Esercizio 3

Sia data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt[3]{x^3y + y^2}.$$

a) Determinare le regioni del piano in cui f è rispettivamente nulla, positiva, negativa, e rappresentarle graficamente.

b) Determinare gli eventuali punti critici di f e stabilirne la natura locale.

c) Determinare il massimo e il minimo assoluto di f nel rettangolo di vertici $(0, -1)$, $(0, 1)$, $(1, -1)$ e $(1, 1)$.

Esercizio 4

Sia D la parte di piano compresa tra la parabola di equazione $x - y^2 = 0$ e la retta $x = 1$.

a) Calcolare

$$\iint_D (x^2 + y)dxdy.$$

b) Considerata una curva materiale disposta lungo la frontiera di D, determinarne la massa totale sapendo che la sua densità lineare è $\varrho(x, y) = |y|$.