n. **1** Matricola: ———-

Nome: “

**Svolgere completamente almeno uno tra gli esercizi 1 e 2 ed almeno uno tra gli esercizi 3 e 4. Giustificare le affermazioni e il procedimento seguito**

**Esercizio 1**

Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^5 x}{\cos x(1+\sin^2 x)}dx$$

**Esercizio 2**

Sia

$$g(t) = \begin{cases} (\sqrt{3}+t)(t-h) & \text{se } t < -\sqrt{3}/2 \\ \dfrac{1}{\sqrt{|1-t^2|}} & \text{se } t \geq -\sqrt{3}/2 \end{cases}.$$

**a)** Determinare, se possibile, il valore di $h$ in modo che la funzione $f(x) = \displaystyle\int_0^x g(t)\,dt$ non abbia punti angolosi.

**b)** Studiare la funzione $f(x)$ individuata al punto **a)** e disegnarne il grafico.

**Esercizio 3**

Sia dato il campo vettoriale

$$\underline{F} = (2xz\,e^{x^2+y^2} - z^3, 2yz\,e^{x^2+y^2} + a\log(-z) + 2, e^{x^2+y^2} + \frac{2y}{z} + bz^2x)$$

nel semispazio $z < 0$, con $a, b$ parametri reali.
**a)** Determinare se esiste una scelta dei parametri $a$ e $b$ tale che il flusso del rotore di $\underline{F}$ uscente dalla superficie laterale del cono $C = \{(x,y,z) : 9(x^2+y^2) = 4(3+z)^2, -3 \leq z \leq -1\}$ sia pari a 1. (*Utilizzare il teorema del rotore*)
**b)** Determinare se esiste una scelta dei parametri $a$ e $b$ tale che il campo $\underline{F}$ sia conservativo, e per tale scelta determinare il potenziale $U$ del campo che soddisfa $U(1,1,-1) = -e^2$.

**Esercizio 4**

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \log\left(\frac{xy-2y}{y+3x}\right).$$

a) Se ne descriva il dominio e si rappresenti nel piano cartesiano, stabilendo se esso è aperto, chiuso, limitato, connesso.
b) Si determini i punti critici di $f$ (non è richiesto lo studio della loro natura locale)
c) Si determini il massimo e il minimo assoluto di $f$ nel triangolo di vertici $A = (3,3)$, $B = (3,5)$, $C = (11/3, 3)$.

n. **2** Matricola: ———-

Nome: “

**Svolgere completamente almeno uno tra gli esercizi 1 e 2 ed almeno uno tra gli esercizi 3 e 4. Giustificare le affermazioni e il procedimento seguito**

**Esercizio 1**

Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos^5 x}{\sin x(1+\cos^2 x)} dx$$

**Esercizio 2**

Sia

$$g(t) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{|1-t^2|}} & \text{se } t \leq \sqrt{3}/2 \\ \\ (\sqrt{3}-t)(t-h) & \text{se } t > \sqrt{3}/2 \end{cases} .$$

**a)** Determinare, se possibile, il valore di $h$ in modo che la funzione $f(x) = \displaystyle\int_0^x g(t)\,dt$ non abbia punti angolosi.

**b)** Studiare la funzione $f(x)$ individuata al punto **a)** e disegnarne il grafico.

**Esercizio 3**

Sia dato il campo vettoriale

$$\underline{F} = (2xz\,e^{x^2+y^2} + a\log z + 2, 2yz\,e^{x^2+y^2} - z^3, e^{x^2+y^2} + \frac{2x}{z} + bz^2y)$$

nel semispazio $z > 0$, con $a, b$ parametri reali.
**a)** Determinare se esiste una scelta dei parametri $a$ e $b$ tale che il flusso del rotore di $\underline{F}$ entrante nella superficie laterale del cono $C = \{(x,y,z) : 9(x^2+y^2) = 4(3-z)^2, 3 \geq z \geq 1\}$ sia pari a 1. (*Utilizzare il teorema del rotore*)
**b)** Determinare se esiste una scelta dei parametri $a$ e $b$ tale che il campo $\underline{F}$ sia conservativo, e per tale scelta determinare il potenziale $U$ del campo che soddisfa $U(1,1,1) = e^2$.

**Esercizio 4**

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \log\left(\frac{xy-2x}{x+3y}\right).$$

a) Se ne descriva il dominio e si rappresenti nel piano cartesiano, stabilendo se esso è aperto, chiuso, limitato, connesso.
b) Si determini i punti critici di $f$ (non è richiesto lo studio della loro natura locale)
c) Si determini il massimo e il minimo assoluto di $f$ nel triangolo di vertici $A = (3,3)$, $B = (5,3)$, $C = (3, 11/3)$.