n. **1** Matricola: **0000000**

Nome: “

Svolgere completamente almeno uno tra gli esercizi 1 e 2 ed almeno uno tra gli esercizi 3 e 4. Giustificare le affermazioni e il procedimento seguito

Esercizio 1

Sia

$$b_n = \begin{cases} n\left[\cos\left(\frac{1}{n}\right) - e^{-a/n^2}\right] & \text{per } n \text{ pari} \\ \sin\left(\frac{1}{n-1}\right) + \frac{a}{2(n-1)} & \text{per } n \text{ dispari} \end{cases}$$

a) Studiare, al variare di $a \in \mathbb{R}$ il carattere della serie $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$

b) Studiare esplicitamente il caso $a = -3$

Esercizio 2

Data la funzione $f(x) = x\sqrt{x^2 + 6x}$,

a) Determinare una primitiva di $f(x)$.

b) Sia $g(x) = \int_0^{x^2-x} f(t)dt$. Calcolare $\frac{d}{dx}g(x)$.

Esercizio 3.1 - Per l'a.a. 2011/12 e successivi.

Data l'equazione differenziale

$$y'' + (k+3)y' + 3ky = 4x$$

a) Determinare l'integrale generale della omogenea associata al variare di $k \in \mathbb{R}$.
b) Per $k = 0$ determinare l'integrale generale della completa.
c) Per $k = 0$ risolvere il problema di Cauchy con dati iniziali $y(0) = 1, y'(0) = 0$.
d) Per $k = 0$, esistono soluzioni che soddisfano $y(0) = y'(0)$? In caso affermativo determinarle.

Esercizio 3.2 - Per l'a.a. 2010/11 e precedenti.

Siano S e C i due solidi

$$S = \{(x, y, z) : z \geq 0, x^2 + y^2 + z^2 \leq 5\}, \qquad C = \{(x, y, z) : x \geq 0, y \leq 0, y \leq x - 2\}.$$

a) Che tipo di solidi sono S e C? Rappresentarli graficamente, almeno in modo sommario.
b) Posto $D = S \cap C$ si calcoli

$$\iiint_D 2z \, dxdydz.$$

c) Dedurre dal punto precedente il flusso del campo $\underline{F} = (2zy^2, 6yz, 7y^2)$ entrante nella superficie $\Sigma = \partial D$ (bordo di D).

Esercizio 4

Siano
$$f(x,y) = e^{x^2+y^2} + x^2 + 1, \qquad D = \{(x,y) : x^2 + 4y^2 \le 1, x \le 0, y \le 0\}.$$

a) Determinare il massimo ed il minimo assoluti di f in D.
b) Calcolare le coordinate del centro di massa di D, assumendo che abbia densità costante (=1). *Si ricorda che l'area di una ellisse è pari a* πab, *dove* $a, b =$ *lunghezza dei semiassi.*

n. **2** Matricola: **5424516**

Nome: **AGOSTINI GIACOMO**

Svolgere completamente almeno uno tra gli esercizi 1 e 2 ed almeno uno tra gli esercizi 3 e 4. Giustificare le affermazioni e il procedimento seguito

Esercizio 1

Sia

$$b_n = \begin{cases} \sin\left(\dfrac{1}{n}\right) - \dfrac{a}{2n} & \text{per } n \text{ pari} \\ (n-1)\left[\cos\left(\dfrac{1}{n-1}\right) - e^{-a/(n-1)^2}\right] & \text{per } n \text{ dispari} \end{cases}$$

a) Studiare, al variare di $a \in \mathbb{R}$ il carattere della serie $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$

b) Studiare esplicitamente il caso $a = -1$

Esercizio 2

Data la funzione $f(x) = x\sqrt{x^2 + 8x}$,

a) Determinare una primitiva di $f(x)$.

b) Sia $g(x) = \int_0^{x^2+x} f(t)dt$. Calcolare $\dfrac{d}{dx}g(x)$.

Esercizio 3.1 - Per l'a.a. 2011/12 e successivi.

Data l'equazione differenziale

$$y'' + (k-2)y' - 2ky = 5x$$

a) Determinare l'integrale generale della omogenea associata al variare di $k \in \mathbb{R}$.
b) Per $k = 0$ determinare l'integrale generale della completa.
c) Per $k = 0$ risolvere il problema di Cauchy con dati iniziali $y(0) = 0, y'(0) = 1$.
d) Per $k = 0$, esistono soluzioni che soddisfano $y(0) = y'(0)$? In caso affermativo determinarle.

Esercizio 3.2 - Per l'a.a. 2010/11 e precedenti.

Siano S e C i due solidi

$$S = \{(x, y, z) : \, z \geq 0, x^2 + y^2 + z^2 \leq 3\}, \qquad C = \{(x, y, z) : \, x \geq 0, y \geq 0, y \leq 1 - x\}.$$

a) Che tipo di solidi sono S e C? Rappresentarli graficamente, almeno in modo sommario.
b) Posto $D = S \cap C$ si calcoli

$$\iiint_D 5z \, dxdydz.$$

c) Dedurre dal punto precedente il flusso del campo $\underline{F} = (3zy^2, 6yz, 2y^2)$ entrante nella superficie $\Sigma = \partial D$ (bordo di D).

Esercizio 4

Siano

$$f(x,y) = e^{x^2+y^2} + y^2 + 5, \qquad D = \{(x,y) :\, 4x^2 + y^2 \le 1, x \ge 0, y \ge 0\}.$$

a) Determinare il massimo ed il minimo assoluti di f in D.
b) Calcolare le coordinate del centro di massa di D, assumendo che abbia densità costante (=1). *Si ricorda che l'area di una ellisse è pari a πab, dove $a, b =$ lunghezza dei semiassi.*