n. **1** Matricola: ——-

Nome:

Svolgere completamente almeno uno tra gli esercizi 1 e 2 ed almeno uno tra gli esercizi 3 e 4. Giustificare le affermazioni e il procedimento seguito

Esercizio 1a - A.A. 2012-2013 e precedenti

Determinare per quali valori di $x > 0$ la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{x^n\, n!}$$

risulta convergente.

Esercizio 1b - solo A.A. 2013-2014

Studiare la funzione

$$y = x\left|1 + \frac{1}{\ln x}\right|$$

Esercizio 2

Determinare, al variare di a e b l'ordine di infinitesimo di

$$f(x) = e^x - (1-x)^a - b\sin x$$

quando x tende a zero.
Studiare, al variare di a e b la convergenza dell'integrale

$$\int_1^{\infty} f(1/x)\, dx.$$

Esercizio 3

Sia D la parte di piano contenuta nel quarto quadrante e compresa tra la retta $y = -1$ e le circonferenze $x^2 + y^2 = 1$ e $(x-2)^2 + y^2 = 1$. Rappresentare graficamente D.
a) Scrivere il cambiamento di coordinate (traslazione) che trasforma D in un insieme simmetrico rispetto all'asse verticale. Calcolare quindi mediante tale cambiamento di coordinate

$$\iint_D (2xy - y)\, dxdy$$

b) Determinare le coordinate del centro di massa di D, assumendo la densità costante.
c) Detta ∂D la frontiera di D percorsa in senso positivo, calcolare mediante il teorema di Gauss-Green il lavoro su ∂D del campo

$$\underline{F}(x, y) = (2(x-1)^5 + y^2, -3(x-1)^2 y^4 + 5y^5).$$

Esercizio 4

Determinare, al variare del parametro reale $a \in \mathbb{R}$, l'integrale generale della equazione

$$y'' - (1+a)y' + ay = -x$$

Per quali valori di a tutte le soluzioni hanno un asintoto obliquo per $x \to -\infty$?
Per $a = 1$ determinare poi tutte le soluzioni che soddisfano

$$y(0) = 0, \qquad \lim_{x \to -\infty} \frac{y(x)}{x} = -1.$$

n. **2** Matricola: ——-

Nome:

Svolgere completamente almeno uno tra gli esercizi 1 e 2 ed almeno uno tra gli esercizi 3 e 4. Giustificare le affermazioni e il procedimento seguito

Esercizio 1a - A.A. 2012-2013 e precedenti

Determinare per quali valori di $x > 0$ la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n\, n!}{n^n}$$

risulta convergente.

Esercizio 1b - solo A.A. 2013-2014

Studiare la funzione

$$y = x\left|1 + \frac{1}{\ln x}\right|$$

Esercizio 2

Determinare, al variare di a e b l'ordine di infinitesimo di

$$f(x) = e^x - (1+x)^a + b\sin x$$

quando x tende a zero.
Studiare, al variare di a e b la convergenza dell'integrale

$$\int_1^{\infty} f(1/x)\, dx.$$

Esercizio 3

Sia D la parte di piano contenuta nel secondo quadrante e compresa tra la retta $y = 1$ e le circonferenze $x^2 + y^2 = 1$ e $(x+2)^2 + y^2 = 1$. Rappresentare graficamente D.
a) Scrivere il cambiamento di coordinate (traslazione) che trasforma D in un insieme simmetrico rispetto all'asse verticale. Calcolare quindi mediante tale cambiamento di coordinate

$$\iint_D (3xy + y)\, dxdy$$

b) Determinare le coordinate del centro di massa di D, assumendo la densità costante.
c) Detta ∂D la frontiera di D percorsa in senso positivo, calcolare mediante il teorema di Gauss-Green il lavoro su ∂D del campo

$$\underline{F}(x,y) = (5(x+1)^3 - y^2, (x+1)^2 y^4 + y^3).$$

Esercizio 4

Determinare, al variare del parametro reale $a \in \mathbb{R}$, l'integrale generale della equazione

$$y'' + (1-a)y' - ay = x$$

Per quali valori di a tutte le soluzioni hanno un asintoto obliquo per $x \to +\infty$?
Per $a = -1$ determinare poi tutte le soluzioni che soddisfano

$$y(0) = 0, \qquad \lim_{x \to +\infty} \frac{y(x)}{x} = 1.$$