

ANALISI MATEMATICA - FILA A

05 SETTEMBRE 2014

(3) Sia data la funzione

$$f(x, y) = \frac{x}{x + y - 4};$$

- a) determinare e disegnare il dominio $\mathcal{D}(f)$, stabilendo se esso è aperto, chiuso, connesso e/o limitato;
- b) trovare e classificare eventuali punti critici di f ;
- c) trovare il massimo e minimo assoluto di f nell'insieme $E = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4\}$; determinare l'immagine di f ristretta ad E , motivando la risposta;
- d) stabilire se f ammette massimo e/o minimo assoluto in tutto il suo dominio e determinarne l'immagine.

(4) Sia dato l'insieme

$$D = \{(x, y) : x^2 + y^2 - 4y \leq 0, y \geq x\}$$

e il campo

$$\underline{F}(x, y) = (x(y - 2), x^2).$$

- a) Calcolare il lavoro del campo \underline{F} lungo ∂D^+ utilizzando il teorema di Gauss-Green;
- b) calcolare il lavoro del campo \underline{F} lungo ∂D^+ utilizzando la definizione di lavoro;
- c) determinare le coordinate del centro di massa di D assumendo la densità superficiale costante ($\rho(x, y) = 4$). *Sfruttare il calcolo al punto a) e la simmetria dell'insieme.*

ANALISI MATEMATICA - FILA B

05 SETTEMBRE 2014

(3) Sia data la funzione

$$f(x, y) = \frac{y}{x - y + 6};$$

- a) determinare e disegnare il dominio $\mathcal{D}(f)$, stabilendo se esso è aperto, chiuso, connesso e/o limitato;
- b) trovare e classificare eventuali punti critici di f ;
- c) trovare il massimo e minimo assoluto di f nell'insieme $E = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 9\}$; determinare l'immagine di f ristretta ad E , motivando la risposta;
- d) stabilire se f ammette massimo e/o minimo assoluto in tutto il suo dominio e determinarne l'immagine.

(4) Sia dato l'insieme

$$D = \{(x, y) : x^2 + y^2 - 6x \leq 0, y \leq x\}$$

e il campo

$$\underline{F}(x, y) = (2y^2, (x - 3)y).$$

- a) Calcolare il lavoro del campo \underline{F} lungo ∂D^+ utilizzando il teorema di Gauss-Green;
- b) calcolare il lavoro del campo \underline{F} lungo ∂D^+ utilizzando la definizione di lavoro;
- c) determinare le coordinate del centro di massa di D assumendo la densità superficiale costante ($\rho(x, y) = 3$). *Sfruttare il calcolo al punto a) e la simmetria dell'insieme.*