

ANALISI MATEMATICA - SECONDA PARTE

Fila A

10 LUGLIO 2015

**(1) - 7 punti** - a) Determinare, al variare del parametro  $a \in \mathbb{R}$ , l'integrale generale della equazione differenziale

$$2y'' - (1 + 6a)y' + 3ay = 2e^x.$$

(È richiesta la scrittura esplicita della soluzione nei vari casi trovati)

b) Per  $a = 1$  risolvere il problema di Cauchy con dati iniziali  $y(0) = 0, y'(0) = 2$ .

c) Per  $a = 1/3$  determinare, se esistono, tutte le soluzioni  $y(x)$  tali che  $y(x)e^{-x}$  ha come asintoto obliquo a  $+\infty$  la retta  $y = 2x + 1$ .

**(2) - 4 punti** - Sia  $\Sigma$  la superficie data dal grafico di  $f(x, y) = x^2 + y^2$  ristretta a  $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 9, 0 \leq x \leq y\sqrt{3}\}$ , orientata con normale verso l'alto. Calcolare il flusso del campo vettoriale  $\underline{F} = (x + y, y - x, z + x)$  attraverso  $\Sigma$ .

**(3) - 6 punti** - Sia  $\Gamma$  il bordo della superficie al precedente esercizio, orientato positivamente.

a) Scrivere una parametrizzazione della curva regolare a tratti  $\Gamma$ .

b) Calcolare il lavoro del campo  $\underline{F} = (1, z, 0)$  lungo  $\Gamma$ , utilizzando la definizione.

c) Cosa possiamo dire del flusso di  $\text{rot}\underline{F}$  attraverso  $\Sigma$ ?

ANALISI MATEMATICA - SECONDA PARTE

Fila B

10 LUGLIO 2015

**(1) - 7 punti** - a) Determinare, al variare del parametro  $a \in \mathbb{R}$ , l'integrale generale della equazione differenziale

$$3y'' - (6a + 1)y' + 2ay = 6e^x.$$

(È richiesta la scrittura esplicita della soluzione nei vari casi trovati)

b) Per  $a = 1$  risolvere il problema di Cauchy con dati iniziali  $y(0) = 6, y'(0) = 0$ .

c) Per  $a = 1/2$  determinare, se esistono, tutte le soluzioni  $y(x)$  tali che  $y(x)e^{-x}$  ha come asintoto obliquo a  $+\infty$  la retta  $y = 3x - 1$ .

**(2) - 4 punti** - Sia  $\Sigma$  la superficie data dal grafico di  $f(x, y) = 3(x^2 + y^2)$  ristretta a  $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 9, 0 \geq x \geq -y\sqrt{3}\}$ , orientata con normale verso l'alto. Calcolare il flusso del campo vettoriale  $\underline{F} = (x - y, y + x, z - x)$  attraverso  $\Sigma$ .

**(3) - 6 punti** - Sia  $\Gamma$  il bordo della superficie al precedente esercizio, orientato positivamente.

a) Scrivere una parametrizzazione della curva regolare a tratti  $\Gamma$ .

b) Calcolare il lavoro del campo  $\underline{F} = (-1, z, 0)$  lungo  $\Gamma$ , utilizzando la definizione.

c) Cosa possiamo dire del flusso di  $\text{rot}\underline{F}$  attraverso  $\Sigma$ ?