

ANALISI MATEMATICA II

Fila A

12 FEBBRAIO 2019

(1) - 6 punti - Sia

$$D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq y, x^2 + y^2 \leq 1, x^2 + y^2 - y \geq 0\}.$$

a) Dopo aver rappresentato D nel piano cartesiano, scriverne l'espressione in coordinate polari. Detto E il trasformato di D in coordinate polari, rappresentare tale insieme nel piano (θ, ρ) e stabilire se è semplice.

b) Risolvere l'integrale

$$\iint_D \frac{xy^2}{x^2 + y^2} dx dy.$$

(2) - 5 punti - Si consideri il campo vettoriale

$$\underline{F}(x, y) = \left(-\frac{y}{x^2}, \frac{ay^2 - bx}{xy^2} \right)$$

dove a, b sono parametri reali.

a) Determinare tutti i valori dei parametri per cui \underline{F} è un campo conservativo in $\Omega = \{(x, y) : x > 0, y > 0\}$, e determinarne la famiglia di funzioni potenziale.

b) Fissati $a = b = 1$ calcolare il lavoro del campo $\underline{G}(x, y) = \underline{F}(x, y) + y\underline{j}$ lunga la curva $\underline{r}(t) = (t^2 - 4t + 5, t - 1)$, $t \in [2, 3]$, percorsa nel senso delle t crescenti.

(3) - 6 punti -

ANALISI MATEMATICA II

Fila B

12 FEBBRAIO 2019

(1) - 6 punti - Sia

$$D = \{(x, y) : 0 \leq y \leq x, x^2 + y^2 \leq 1, x^2 + y^2 - x \geq 0\}.$$

a) Dopo aver rappresentato D nel piano cartesiano, scriverne l'espressione in coordinate polari. Detto E il trasformato di D in coordinate polari, rappresentare tale insieme nel piano (θ, ρ) e stabilire se è semplice.

b) Risolvere l'integrale

$$\iint_D \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} dx dy.$$

(2) - 5 punti - Si consideri il campo vettoriale

$$\underline{F}(x, y) = \left(\frac{ax^2 - by}{x^2 y}, -\frac{x}{y^2} \right)$$

dove a, b sono parametri reali.

a) Determinare tutti i valori dei parametri per cui \underline{F} è un campo conservativo in $\Omega = \{(x, y) : x > 0, y < 0\}$, e determinarne la famiglia di funzioni potenziale.

b) Fissati $a = b = 1$ calcolare il lavoro del campo $\underline{G}(x, y) = \underline{F}(x, y) + x\underline{i}$ lunga la curva $\underline{r}(t) = (t - 1, t^2 - 5t + 4)$, $t \in [2, 3]$, percorsa nel senso delle t crescenti.

(3) - 6 punti -