

ANALISI MATEMATICA - FILA A

18 FEBBRAIO 2015

(3) Sia $D = \{(x, y, z) : z > 0\}$ e sia $\underline{F} : D \rightarrow \mathbb{R}^3$ il campo dato da

$$\underline{F}(x, y, z) = (z, z, 1 + x + y + \ln z).$$

a) Provare che \underline{F} è un campo conservativo, e determinarne il potenziale U tale che $U(0, 0, 1) = 2$.

b) Calcolare il lavoro del campo \underline{F} lungo la curva

$$\underline{r}(t) = (te^t, (1+t)e^{t^2}, (t+1)\ln(t+2)), \quad 0 \leq t \leq 3.$$

(4) a) Calcolare il volume della regione $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ contenuta nel semispazio $y \geq 0$, compresa tra i cilindri $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 4$, i piani $y = x$, $y = -x$, $z = 0$ e la superficie $z = x^2y$.

b) Supponendo poi che Ω sia un corpo materiale di densità costante, calcolare le coordinate x_G e y_G del suo centro di massa (non è richiesto il calcolo di z_G .)

ANALISI MATEMATICA - FILA B

18 FEBBRAIO 2015

(3) Sia $D = \{(x, y, z) : y > 0\}$ e sia $\underline{F} : D \rightarrow \mathbb{R}^3$ il campo dato da

$$\underline{F}(x, y, z) = (y, x + 2z - \ln y - 1, 2y).$$

a) Provare che \underline{F} è un campo conservativo, e determinarne il potenziale U tale che $U(0, 1, 0) = 3$.

b) Calcolare il lavoro del campo \underline{F} lungo la curva

$$\underline{r}(t) = (te^t, (t+1)\ln(t+2), (1+t)e^{t^2}), \quad 0 \leq t \leq 2.$$

(4) a) Calcolare il volume della regione $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ contenuta nel semispazio $x \geq 0$, compresa tra i cilindri $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 4$, i piani $y = x$, $y = -x$, $z = 0$ e la superficie $z = xy^2$.

b) Supponendo poi che Ω sia un corpo materiale di densità costante, calcolare le coordinate x_G e y_G del suo centro di massa (non è richiesto il calcolo di z_G .)