

ANALISI MATEMATICA - SECONDA PARTE

Fila A

24 GENNAIO 2017

(1) - 8 punti - Dato il campo di forze

$$\underline{F}(x, y) = \left(-\frac{y}{x^2}, \frac{y^2 - x}{xy^2} \right),$$

- a) provare che è conservativo in $\Omega = \{(x, y) : x > 0, y > 0\}$;
- b) calcolarne il potenziale U tale che $U(1, 1) = -1$;
- c) calcolare

$$\int_{\gamma} \underline{F} \cdot d\underline{P} + \int_{\gamma} y \, dx$$

dove γ è il sostegno della curva $\underline{r}(t) = (t^2 - 4t + 5, t - 1)$, $t \in [2, 3]$;

d) supponendo che γ al precedente punto sia una curva materiale di densità $\rho(x, y) = y - 1$, determinarne la massa. Trovare inoltre l'equazione cartesiana di γ e disegnarla.

(2) - 5 punti - Sia A la parte di spazio interna alla sfera $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ e compresa tra le superfici $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ e $z = -\sqrt{3x^2 + 3y^2}$. Scrivere in coordinate sferiche A , disegnarla almeno approssimativamente e calcolarne il volume.

(3) - 4 punti - Studiare gli estremi relativi di

$$f(x, y) = \ln(x^2 + y^2) - x^2$$

nel suo dominio di definizione e determinarne la natura locale. Quale è l'immagine di f ?

ANALISI MATEMATICA - SECONDA PARTE

Fila B

24 GENNAIO 2017

(1) - 8 punti - Dato il campo di forze

$$\underline{F}(x, y) = \left(\frac{x^2 - y}{x^2 y}, -\frac{x}{y^2} \right),$$

- a) provare che è conservativo in $\Omega = \{(x, y) : x < 0, y < 0\}$;
- b) calcolarne il potenziale U tale che $U(-1, -1) = 1$;
- c) calcolare

$$\int_{\gamma} \underline{F} \cdot d\underline{P} + \int_{\gamma} x dy$$

dove γ è il sostegno della curva $\underline{r}(t) = (t - 1, t^2 - 4t + 5)$, $t \in [2, 3]$;

d) supponendo che γ al precedente punto sia una curva materiale di densità $\rho(x, y) = x - 1$, determinarne la massa. Trovare inoltre l'equazione cartesiana di γ e disegnarla.

(2) - 5 punti - Sia A la parte di spazio interna alla sfera $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ e compresa tra le superfici $z = \sqrt{\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{3}}$ e $z = -\sqrt{x^2 + y^2}$. Scrivere in coordinate sferiche A , disegnarla almeno approssimativamente e calcolarne il volume.

(3) - 4 punti - Studiare gli estremi relativi di

$$f(x, y) = \ln(x^2 + y^2) - y^2$$

nel suo dominio di definizione e determinarne la natura locale. Quale è l'immagine di f ?