

ESERCIZI SVOLTI A LEZIONE SU CURVE PARAMETRIZZATE

1. Mostrare che l'astroide di equazione

$$\gamma(t) = ((\cos t)^3, (\sin t)^3), \quad t \in [0, 2\pi]$$

non è una curva regolare, ma è unione di 4 archi di curva regolare.

2. Dimostrare che la spirale di Archimede, espressa in forma polare da $\rho = A\theta$, $A > 0$, $t \in \mathbb{R}$, è una curva regolare.
3. Mostrare che la curva di equazione

$$\gamma(t) = (t^2 - 1, t(t^2 - 1)), \quad t \in \mathbb{R}$$

è una curva regolare, sebbene il suo supporto abbia una autointersezione.

4. Determinare la retta tangente all'astroide dell'esercizio 1, nel suo punto $P = (\sqrt{2}/4, \sqrt{2}/4)$.
5. Determinare la retta tangente all'elica cilindrica di equazione

$$\gamma(t) = (R \cos t, R \sin t, At), \quad t \in [0, 4\pi], \quad A, R > 0$$

nei punti $P_1 = (-R, 0, A\pi)$ e $P_2 = (R\sqrt{2}/2, R\sqrt{2}/2, A\pi/4)$.

6. Determinare la retta tangente alla curva dell'esercizio 3, nel punto $\gamma(1)$.
7. Calcolare la lunghezza dell'arco di elica dell'esercizio 5.