

## ESERCIZI SVOLTI A LEZIONE SU EQUAZIONI DIFFERENZIALI

1. Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$yy' = 1.$$

Risolvere quindi il problema di Cauchy con dato iniziale  $y(0) = 2$ , determinando il dominio della soluzione.

2. Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$xy' + y = 0.$$

Risolvere quindi il problema di Cauchy con dato iniziale  $y(1) = -2$ , determinando il dominio della soluzione.

3. Risolvere i tre problemi di Cauchy dati dall'equazione

$$y' = 2y(1 - y)$$

con condizione iniziale  $y(0) = 2$ ,  $y(0) = 1/2$ ,  $y(0) = -2$  rispettivamente.

4. Determinare l'integrale generale dell'equazione (riducibile ad una a variabili separabili)

$$y' = \frac{x + y}{x}.$$

5. Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y' + \frac{2y}{x} = \frac{1}{x^2}.$$

Determinare inoltre la soluzione del problema di Cauchy con dato iniziale  $y(-1) = 2$ , specificandone il dominio.

6. Determinare l'integrale generale delle equazioni

$$y^{IV} - 16y = 0, \quad y^V - 2y^{IV} + y^{III} = 0.$$

7. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y' + 3y = 0 \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 2 \end{cases}$$

8. Determinare l'integrale generale delle equazioni

$$(a) \quad y'' + 2y' + 3y = t + e^t$$

$$(b) \quad y^V - 2y^{IV} + y''' = \sin t$$

$$(c) \quad y^V - 2y^{IV} + y''' = 2t$$

9. Per l'equazione (a) al punto precedente determinare la soluzione che soddisfa le condizioni iniziali  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$ .

10. Per l'equazione (a) all'esercizio 8, esistono soluzioni che soddisfano le condizioni  $y(0) = y(1)$ ? E soluzioni che soddisfano  $y(0) = y(1) = 0$ ?

11. Determinare se esistono soluzioni dell'equazione

$$y'' - y' - 6y = e^{-t}$$

che soddisfano le condizioni

$$(i) \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = 0$$

$$(ii) \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = 1$$

$$(iii) \quad \lim_{t \rightarrow -\infty} y(t) = 0$$

$$(iv) \quad y(0) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = 0.$$

In caso di risposta affermativa, specificare quante sono tali soluzioni.

12. Determinare la soluzione generale dell'equazione

$$y''' + 6y'' + 11y' + 6y = \sinh t$$

13. Determinare la soluzione generale dell'equazione del secondo ordine non lineare

$$y'' - (y')^2 = 1$$

14. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{y^2 - 1}{x^2 - 1} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

15. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} e^{x+y}y' + x = 0 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

e determinare il piú grande intervallo di esistenza della soluzione.

16. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + y \sin t = (1 + \cos t) \sin t \\ y(\pi/2) = 0 \end{cases}$$