Facoltà di Ingegneria - CDL in Ingegneria dell'Informazione

Analisi Matematica II

3 Aprile 2008

(1) Sia data l'applicazione $\varphi : [0,+\infty)\times[0,+\infty) \to [0,+\infty)\times[0,+\infty)$, $\varphi(x,y) = (xy, y/x)$.
a) Provare che φ é un cambiamento di variabili nel suo dominio di definizione, determinando anche l'applicazione inversa.
b) Mediante tale cambiamento di variabili risolvere il seguente integrale

$$\iint_D xy^3\,dxdy \qquad \text{dove} \quad D = \{(x,y) : 1 \le xy \le 2,\ x \le y \le 2x\}$$

dopo aver rappresentato $E = \varphi(D)$ nel piano.

(2) Determinare il massimo ed il minimo assoluto della funzione

$$f(x,y) = \frac{3x}{x^2+y^2+2}$$

sull'insieme $D = \{(x,y) : x^2+y^2 \le 4\}$.

(3) Sia $\gamma = \gamma_1 \oplus \gamma_2 \oplus \gamma_3$ la frontiera dell'insieme

$$A = \{(x,y) : 0 \le x \le 1,\ e^{-1} \le y \le e^{-x}\}.$$

Calcolare la massa totale di una curva materiale, di densità lineare $\rho(x,y) = ye^{-x}$, disposta lungo γ.

(4) Calcolare il lavoro del campo piano $\underline{F}(x,y) = (y^2, -x^2)$ lungo i seguenti cammini:
a) semicirconferenza di centro l'origine e raggio 1, contenuta nel I e II quadrante, percorsa in senso antiorario;
b) semicirconferenza di centro l'origine e raggio 1, contenuta nel III e IV quadrante, percorsa in senso orario.
Il campo è conservativo?

(5) Determinare tutte le funzioni $f \in C^1(\mathbb{R})$ tali che il campo

$$\underline{F}(x,y,z) = (x - xe^z, -y, e^z f(x))$$

sia conservativo. Determinare poi il potenziale del campo in corrispondenza alla funzione $f(x)$ tale che $f(0) = 3$.