

ANALISI MATEMATICA II

13 SETTEMBRE 2007

(1) Sia $D = \{(x, y) : x^2 - y^2 - 1/4 \leq 0, y^2 \leq 1/3\}$.

a) Rappresentare D nel piano cartesiano.

b) Supponendo che D sia una lamina piana di densità superficiale $\rho(x, y) = x^2|y|$, calcolarne la massa totale.

(2) Determinare massimo e minimo assoluto della funzione

$$f(x, y) = 4x(x^2 - y^2) - 3x^2 + y^2$$

nell'insieme D all'esercizio (1).

(3) Calcolare

$$I = \int_{\gamma} -\frac{x}{z} \ln x dx + (y - 1) dy + \left(\frac{z}{x} - z\right) dz$$

dove $\gamma(t) = (t, e^t, t^2)$, $1 \leq t \leq 2$. Quale è il significato fisico di I ? Tale integrale dipende dalla curva γ assegnata?

(4) Sia σ la superficie regolare il cui supporto S è il grafico della funzione

$$f(y, z) = \sqrt{4 - (y - 1)^2 - (z - 2)^2} + 3y.$$

i) Scrivere la parametrizzazione canonica σ di S , specificandone il dominio D ; rappresentare quindi D nel piano cartesiano.

ii) Determinare il piano tangente a S nel suo punto $(5, 1, 2)$.

iii) Calcolare il flusso del campo $\underline{F} = (x - 3y + 3z - 1, z - 2, 1 - y)$ attraverso S , orientata in modo che \underline{n} abbia la prima componente positiva.

(5) Sia γ la curva definita all'esercizio (3). Calcolare

$$\int_{\gamma} (y^2 + 4|x|) ds.$$