

ANALISI MATEMATICA II

16 GENNAIO 2008

(1) Determinare l'immagine della funzione $f(x, y) = 4x^2 + y^2$ ristretta all'insieme $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 4y^2 \leq 1\}$.

(2) Determinare, utilizzando le simmetrie, il valore del seguente integrale

$$\int_D (x + y)e^{(x^2+y^2)} dx dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 1\}$, giustificando ogni affermazione.

(3) Calcolare

$$\int_{\gamma} \frac{y \sin y}{3x\sqrt{1+x^2}} ds,$$

dove γ è l'arco di curva di equazione cartesiana $2y = x^2$, con $0 \leq x \leq 1$.

(4) Stabilire quale o quali dei seguenti campi è conservativo in tutto il suo dominio di definizione, giustificando la risposta

$$\underline{F}_1(x, y, z) = \left(e^{xy} + z \cos x - 3xyz^2, xe^{xy} - \frac{3}{2}x^2z^2 + y \sin z, \right. \\ \left. \sin x - 3x^2yz + \frac{y^2}{2} \cos z + \frac{z^3}{5} \right)$$

$$\underline{F}_2(x, y) = \left(\frac{1}{y} + \frac{y^2}{5}, -\frac{x}{y^2} + \frac{2xy}{5} + \cos y \right)$$

$$\underline{F}_3(x, y) = (y \sin x + xy \cos x + 3x^2, x \sin x + 2y/5).$$

In caso affermativo calcolarne la funzione potenziale.

(5A) - Solo per gli studenti dell'a.a. 2005/06 e precedenti. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -y + 3 \sin(4x) \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

(5B) - Solo per gli studenti dell'a.a. 2006/07. Determinare il flusso del campo vettoriale $\underline{v} = (x, y, z^2)$ attraverso la porzione di superficie conica $\sigma(u, v) = (u \cos v, u \sin v, u)$, $(u, v) \in [1, 2] \times [0, \pi]$, con normale indotta dalla parametrizzazione.