Facoltà di Ingegneria - CDL in Ingegneria dell'Informazione

Analisi Matematica II

17 Aprile 2008

(1) Determinare massimi e minimi locali della seguente funzione

$$f(x,y) = 6\sqrt{x} + 14y\sqrt{x} - xy^2 - 6x + 2$$

nel suo dominio di definizione.

(2) Dopo aver rappresentato nel piano cartesiano l'insieme $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \le 1,\ x^2 + (y+1)^2 \ge 2\}$, calcolare l'integrale

$$I = \iint_D 2xy\, dxdy.$$

Suggerimento: Osservare che l'equazione $(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = r^2$ descrive una circonferenza di centro (x_0, y_0) e raggio r e sfruttare le eventuali simmetrie.

(3) Determinare il valore dei parametri a e b affinché il seguente campo vettoriale piano sia conservativo:

$$F(x,y) = (3ye^x + 2xy^2 + x^2, 3e^x + ax^2y + bxy + 5).$$

Per tale scelta di a e b determinare una funzione potenziale.

(4) Dato il punto $P_0 = (0,1)$, sia $f(x,y)$ il quadrato della distanza di P_0 dal generico punto $P = (x,y)$ appartenente alla circonferenza di equazione $x^2 - 2x + y^2 = 0$. Mediante il metodo dei moltiplicatori di Lagrange, determinare il massimo ed il minimo della distanza di P_0 da tale circonferenza.

(5) Calcolare l'integrale di linea

$$I = \int_\gamma (x + \sqrt{z^2 + y^2})ds$$

dove $\gamma(t) = (2t/\pi, 3\cos t, 3\sin t), t \in [0, 2\pi]$.