

## ANALISI MATEMATICA II

18 DICEMBRE 2007

(1) Sia  $\gamma$  la curva materiale di equazione cartesiana  $y = (x - 2)^2$ ,  $x \in [2, 3]$  e sia  $\rho(x, y) = 4x^2 - 8x - 4y$  la sua densità di massa.

i) Mostrare che  $\rho \geq 0$  in ogni punto di  $\gamma$ .

ii) Calcolare la massa totale di  $\gamma$ .

(2) Tracciare le linee di livello della funzione

$$f(x, y) = |x + 1| + |y|.$$

Dato il rettangolo  $R = \{(x, y) : 1 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 3\}$ ,  $f$  ammette massimo e minimo assoluto in  $R$ ? In caso affermativo determinarli.

(3) Data la funzione

$$f(x, y) = \ln(x^2 + y^2) - \ln(3xy)$$

i) determinare il dominio di  $f$  e rappresentarlo nel piano cartesiano;

ii) determinare i punti di estremo relativo di  $f$ . Non è richiesto lo studio della natura locale dei punti critici.

(Utilizzare la monotonia della funzione logaritmo)

(4) Si determini, se esiste, il valore del parametro  $\alpha$  tale che il campo

$$\underline{F} = (3x^2 + 2y^2 + \alpha z, 4xy - 3y^2 - z, 7x - y + 5).$$

sia conservativo. Si calcoli quindi per tale valore di  $\alpha$  il lavoro del campo lungo una curva che connette l'origine con il punto  $(1, 2, 3)$ .

(5) Calcolare il seguente integrale

$$\iint_D (x^2 - y^2) dx dy$$

dove  $D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, 0 \leq x \leq y \leq x\sqrt{3}\}$ .