ANALISI MATEMATICA II

29 MARZO 2007

- (1) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} e^{x+y} y' + x = 0 \\ y(1) = \ln 2 - 1 \end{cases}$$

specificandone il dominio. Stabilire quindi se esiste il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y(x)}{x}$$

e, in caso affermativo, calcolarlo.

- (2) Sia γ la curva rappresentata in coordinate polari da $\rho = e^{2\theta}$, $\theta \in [-3, 0]$. Si calcoli l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} (x^2 + y^2)^2 ds.$$

- (3) Data la funzione

$$f(x, y) = x^4 + y^3 - 4x^2 - 3y^2$$

determinarne i punti critici e stabilirne la natura locale. Tale funzione è dotata di qualche simmetria?

- (4) Si determini l'immagine della funzione f ristretta al vincolo V , dove

$$f(x, y) = x^2 + 3y^2 - x, \quad V = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + 4y^2 - 4 = 0, x \geq -2\}.$$

La funzione f ammette massimo e/o minimo assoluto su V ? (Si consiglia di rappresentare graficamente V).