Facoltà di Ingegneria - CDL in Ingegneria dell'Informazione

Analisi Matematica II

29 Giugno 2007

(1) Sia C la corona circolare di raggi 2 e 3, centrata nell'origine, e sia D l'intersezione tra C e il triangolo di vertici $(0,0), (0,3)$ e $(3,3)$. Calcolare

$$\iint_D \frac{x}{y(x^2+y^2)\ln(x^2+y^2)}\,dxdy.$$

(2) Data la funzione

$$f(x,y) = ax^2y + 3xy^2 + x^3 + 4y + bx$$

determinare, se esistono, tutti i valori dei parametri reali a e b per i quali f ha un punto di massimo relativo in $P = (-2, 1)$.

(3) Sia

$$\underline{F} = (axy + 2y^3 + 3 + ye^{xy}, 3x^2 + 6xy^2 + xe^{xy} + b).$$

i) Determinare i valori dei parametri reali a e b tali che $\underline{F}$ sia conservativo. Per tali valori determinare quindi il potenziale V di $\underline{F}$ tale che $V(0,0) = 0$.
ii) Per $(a,b) = (0,1)$ calcolare il lavoro di $\underline{F}$ lungo il segmento che unisce i punti $(-1,1)$ e $(1,1)$, percorso nel senso delle x crescenti.

(4A) Solo per A.A 2006/2007. Sia A la superficie

$$A = \{(x,y,z) : x^2 + y^2 - z^2 - 1 = 0,\ y \geq 0\}.$$

i) Scrivere una parametrizzazione σ di A (ovvero determinare una superficie parametrica regolare σ che ha A come sostegno), specificandone il dominio D. Rappresentare quindi D nel piano cartesiano.
ii) Determinare il piano tangente ad A nel suo punto $(0,1,0)$.
iii) Sia S la porzione di superficie ottenuta restringendo σ al cerchio di centro l'origine e raggio 1. Calcolare il flusso del campo $\underline{F} = (zy, y^2 + 2x^2 + 3, -xy)$ attraverso S, con direzione l'asse y positiva.

(4B) Solo per A.A 2005/2006 e precedenti. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 4y = \cos(3x) + \cos(2x)$$

i) determinarne l'integrale generale.
ii) Determinare tutte le soluzioni che soddisfano $y(0) = 0$.
iii) Esistono soluzioni limitate? Se sì determinarne l'espressione.