

Applicazioni di Matematica

07 Settembre 2016

1) Risolvere

$$s^4 + j = je^{2\pi j} - 3(1 + j\sqrt{3}).$$

2) Determinare i valori del parametro λ tali che la seguente funzione è R.P.

$$F(s) = \frac{s + 1}{s^2 + (5\lambda + 2)s + 1}.$$

3) Classificare le singolarità della funzione

$$F(s) = \frac{(s^2 + 8) \sin(1/s)}{s^3 + 2s^2 - 8s}$$

e calcolare l'integrale

$$\frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma} F(s) ds, \quad \text{dove } \gamma(t) = e^{1+jt}.$$

4) Sia G analitica in \mathbb{C} , compreso il punto all'infinito. Quale (o quali) delle seguenti affermazioni è corretta? Giustificare la risposta.

- a) G non è una trasformata Zeta.
- b) $e^s G(s)$ non è sviluppabile in serie di Laurent in $s = \infty$.
- c) $\text{Res}[G(s)/(s-1), 1] = G(35)$.
- d) $\lim_{s \rightarrow \infty} G(s) = \infty$.

5) Calcolare la trasformata Zeta F della successione

$$f_n = \begin{cases} 3n e^{-2n} & \text{se } n = 0, 4, 8, 12, \dots \\ 1 & \text{se } n = 2, 6, 10, 14, \dots \\ \pi & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Si determini inoltre il raggio di convergenza. E' possibile applicare a tale successione il Teorema del valore finale? Verificare infine che $\text{Res}[F(z)/z, \infty] = 0$.

6) Quale o quali delle seguenti funzioni è trasformabile secondo Laplace con $\alpha_f = 1$?

$$\begin{aligned} F_1(t) &= (t-1)e^t u(t) & F_2(t) &= te^{3t}[u(t) - u(t-1)] \\ F_3(t) &= t^{-1}u(t-1) & F_4(t) &= t \sin t u(t-1) \end{aligned}$$