

APPLICAZIONI di MATEMATICA

ESERCIZI parte 7

1 Funzioni Reali Positive

Esercizio 1 - Stabilire se le seguenti funzioni razionali sono RP oppure no.

$$\begin{aligned} F_1(s) &= \frac{s^4 + 10s^2 + 3}{s^3 + s}; & F_2(s) &= \frac{3s^2 + s + 18}{s^2 + 36s}; \\ F_3(s) &= \frac{4s + 6}{s^2 + s}; & F_4(s) &= \frac{s^4 + s^2 + 3}{s^3 + s}; \\ F_5(s) &= \frac{s^3 + 4s^2 - 4s - 1}{s^3 - s^2 + s - 1}; & F_6(s) &= \frac{3s + 5}{s^2 + 4s + 3}. \end{aligned}$$

Esercizio 2 - Usando il test delle funzioni dispari, stabilire quali delle seguenti funzioni è RP.

$$\begin{aligned} F_1(s) &= \frac{s^5 + 10s^3 + 3s}{s^4 + s^2 + 10}; & F_2(s) &= \frac{s^3 + 6s}{s^2 + 4}; \\ F_3(s) &= \frac{s^3 + 6s}{s^2 + 8}; & F_4(s) &= \frac{s^6 - 1}{s^5 - s}; \\ F_5(s) &= \frac{s^6 + 1}{s^5 + s}. \end{aligned}$$

Esercizio 3 - Per le funzioni F_i , con $i \neq 2$, di cui all'Esercizio 1.2, quale o quali delle condizioni per la positività nel test delle "4 condizioni" non sono verificate?

Esercizio 4 - Determinare per quali valori del parametro reale λ sono RP

le funzioni

$$\begin{aligned}F_1(s) &= \frac{s^4 + \lambda^2 s^2 + 3}{s^3 + s}; & F_2(s) &= \frac{s^2 - \lambda s + 6}{\lambda^2 s^2 + 4s}; \\F_3(s) &= \frac{4s + \lambda + 1}{s^2 + s}; & F_4(s) &= \frac{s^2 + 4}{s^3 + \lambda^2 s}; \\F_5(s) &= \frac{s + \lambda - 1}{s^2 + s}.\end{aligned}$$

Esercizio 5 - Dopo aver verificato la positività delle seguenti funzioni, si determinino le reti RLC che hanno tali funzioni come impedenza e ammettenza.

$$\begin{aligned}F_1(s) &= \frac{s^3 - 3s^2 + 4s - 12}{s^4 - 3s^3 + 9s^2 - 27s} \\F_2(s) &= \frac{s + 1}{s + 4}; & F_3(s) &= \frac{s + 1}{s^2 + 5s + 8}; \\F_4(s) &= 6s + 8 + \frac{15}{s + 5}; & F_5(s) &= \frac{s^3 + 4s}{s^2 + 2}.\end{aligned}$$

(Suggerimento: numeratore e denominatore di F_1 si annullano in $s = 3$)

Esercizio 6 - Usando il criterio di Talbot, stabilire se le seguenti funzioni razionali sono RP oppure no.

$$\begin{aligned}F_1(s) &= \frac{36s^3 + 48s^2 + 21s + 3}{36s^3 + 42s^2 + 16s + 2}; \\F_2(s) &= \frac{6s^3 + s^2 + 4s + 1}{s^3 + 3s^2 + 4s + 1}; \\F_3(s) &= \frac{2s^3 + 2s^2 + 4s + 1}{s^3 + s^2 + 2s + 1}; \\F_4(s) &= \frac{s^4 + s^2 + 3}{s^3 + s}; \\F_5(s) &= \frac{s^3 + 3s^2 + 4s + 1}{2s^3 + s^2 + 4s + 1}.\end{aligned}$$

Esercizio 7 - Quale o quali dei seguenti polinomi è un polinomio di Hurwitz?

$$P_1(s) = 7s^3 + 5s^2 + 6s + 4$$

$$P_2(s) = 8s^4 + 5s^3 + 4s^2 + 5s + 3$$

$$P_3(s) = 6s^3 + 3s + 4$$

$$P_4(s) = s^4 + 2s^3 + 6s^2 + 4s + 5$$

$$P_5(s) = 5s^4 + 4s^3 + 8s^2 + 2s + 1$$

$$P_6(s) = 7s^3 + 5s^2 + 2s + 8.$$

Soluzioni degli esercizi

Esercizio 1 - Sono RP le funzioni F_1, F_2, F_5, F_6 . Non lo sono le altre.

Esercizio 2 - Lo è soltanto la funzione F_2 .

Esercizio 4 - $F_1 : |\lambda| \geq 2$; $F_2 : \lambda \in [-2/3, 0]$; $F_3 : \lambda \in [-1, 3]$; $F_4 : |\lambda| \geq 2$; $F_5 : \lambda \in [1, 2]$.

Esercizio 6 - Sono RP le funzioni F_1, F_3, F_5 . Non lo sono le altre.

Esercizio 7 - Lo sono i polinomi P_1, P_4, P_5 ; non lo sono gli altri.