

# APPLICAZIONI di MATEMATICA

## ESERCIZI parte 7

### 1 Funzioni Reali Positive

**Esercizio 1** - Stabilire se le seguenti funzioni razionali sono RP oppure no.

$$\begin{aligned} F_1(s) &= \frac{s^4 + 10s^2 + 3}{s^3 + s}; & F_2(s) &= \frac{3s^2 + s + 18}{s^2 + 36s}; \\ F_3(s) &= \frac{4s + 6}{s^2 + s}; & F_4(s) &= \frac{s^4 + s^2 + 3}{s^3 + s}; \\ F_5(s) &= \frac{s^3 + 4s^2 - 4s - 1}{s^3 - s^2 + s - 1}; & F_6(s) &= \frac{3s + 5}{s^2 + 4s + 3}. \end{aligned}$$

**Esercizio 2** - Usando il test delle funzioni dispari, stabilire quali delle seguenti funzioni è RP.

$$\begin{aligned} F_1(s) &= \frac{s^5 + 10s^3 + 3s}{s^4 + s^2 + 10}; & F_2(s) &= \frac{s^3 + 6s}{s^2 + 4}; \\ F_3(s) &= \frac{s^3 + 6s}{s^2 + 8}; & F_4(s) &= \frac{s^6 - 1}{s^5 - s}; \\ F_5(s) &= \frac{s^6 + 1}{s^5 + s}. \end{aligned}$$

**Esercizio 3** - Per le funzioni  $F_i$ , con  $i \neq 2$ , di cui all'Esercizio 1.2, quale o quali delle condizioni per la positività nel test delle "4 condizioni" non sono verificate?

**Esercizio 4** - Determinare per quali valori del parametro reale  $\lambda$  sono RP

le funzioni

$$\begin{aligned}F_1(s) &= \frac{s^4 + \lambda^2 s^2 + 3}{s^3 + s}; & F_2(s) &= \frac{s^2 - \lambda s + 6}{\lambda^2 s^2 + 4s}; \\F_3(s) &= \frac{4s + \lambda + 1}{s^2 + s}; & F_4(s) &= \frac{s^2 + 4}{s^3 + \lambda^2 s}; \\F_5(s) &= \frac{s + \lambda - 1}{s^2 + s}.\end{aligned}$$

**Esercizio 5** - Dopo aver verificato la positività delle seguenti funzioni, si determinino le reti RLC che hanno tali funzioni come impedenza e ammettenza.

$$\begin{aligned}F_1(s) &= \frac{s^3 - 3s^2 + 4s - 12}{s^4 - 3s^3 + 9s^2 - 27s} \\F_2(s) &= \frac{s + 1}{s + 4}; & F_3(s) &= \frac{s + 1}{s^2 + 5s + 8}; \\F_4(s) &= 6s + 8 + \frac{15}{s + 5}; & F_5(s) &= \frac{s^3 + 4s}{s^2 + 2}.\end{aligned}$$

(Suggerimento: numeratore e denominatore di  $F_1$  si annullano in  $s = 3$ )

**Esercizio 6** - Usando il criterio di Talbot, stabilire se le seguenti funzioni razionali sono RP oppure no.

$$\begin{aligned}F_1(s) &= \frac{36s^3 + 48s^2 + 21s + 3}{36s^3 + 42s^2 + 16s + 2}; \\F_2(s) &= \frac{6s^3 + s^2 + 4s + 1}{s^3 + 3s^2 + 4s + 1}; \\F_3(s) &= \frac{2s^3 + 2s^2 + 4s + 1}{s^3 + s^2 + 2s + 1}; \\F_4(s) &= \frac{s^4 + s^2 + 3}{s^3 + s}; \\F_5(s) &= \frac{s^3 + 3s^2 + 4s + 1}{2s^3 + s^2 + 4s + 1}.\end{aligned}$$

**Esercizio 7** - Quale o quali dei seguenti polinomi è un polinomio di Hurwitz?

$$P_1(s) = 7s^3 + 5s^2 + 6s + 4$$

$$P_2(s) = 8s^4 + 5s^3 + 4s^2 + 5s + 3$$

$$P_3(s) = 6s^3 + 3s + 4$$

$$P_4(s) = s^4 + 2s^3 + 6s^2 + 4s + 5$$

$$P_5(s) = 5s^4 + 4s^3 + 8s^2 + 2s + 1$$

$$P_6(s) = 7s^3 + 5s^2 + 2s + 8.$$

## Soluzioni degli esercizi

**Esercizio 1** - Sono RP le funzioni  $F_1, F_2, F_5, F_6$ . Non lo sono le altre.

**Esercizio 2** - Lo è soltanto la funzione  $F_2$ .

**Esercizio 4** -  $F_1 : |\lambda| \geq 2$ ;  $F_2 : \lambda \in [-2/3, 0]$ ;  $F_3 : \lambda \in [-1, 3]$ ;  $F_4 : |\lambda| \geq 2$ ;  $F_5 : \lambda \in [1, 2]$ .

**Esercizio 6** - Sono RP le funzioni  $F_1, F_3, F_5$ . Non lo sono le altre.

**Esercizio 7** - Lo sono i polinomi  $P_1, P_4, P_5$ ; non lo sono gli altri.