

Esercizio da svolgere a casa

In un certo incrocio di una strada a quattro corsie, ci sono due corsie solo per la svolta a sinistra. La corsia A è quella più a sinistra, la corsia B è subito dopo e così via. Sia X il numero di veicoli nella corsia A, e sia Y il numero di veicoli nella corsia B, quando la luce del semaforo diventa verde. Si assuma che X e Y abbiano funzione di probabilità di massa congiunta $p(x,y)$ riportata nella seguente tabella.

x	y				
	0	1	2	3	4
0	0.05	0.04	0.01	0.00	0.00
1	0.05	0.10	0.03	0.02	0.00
2	0.03	0.05	0.15	0.05	0.02
3	0.00	0.02	0.08	0.10	0.05
4	0.00	0.00	0.02	0.05	0.08

- Si trovi la funzione di probabilità di massa marginale di X .
- Si trovi la funzione di probabilità di massa marginale di Y .
- X e Y sono indipendenti? Se ne dia una giustificazione.
- Si calcoli μ_X e μ_Y .
- Si calcoli σ_X e σ_Y .
- Si calcoli $\text{Cov}(X, Y)$.
- Si calcoli $\rho(X, Y)$.

Risposte

- $p_X(0) = 0.10$, $p_X(1) = 0.20$, $p_X(2) = 0.30$, $p_X(3) = 0.25$, $p_X(4) = 0.15$, $p_X(x) = 0$ se $x \neq 0, 1, 2, 3$ o 4
- $p_Y(0) = 0.13$, $p_Y(1) = 0.21$, $p_Y(2) = 0.29$, $p_Y(3) = 0.22$, $p_Y(4) = 0.15$, $p_Y(y) = 0$ se $y \neq 0, 1, 2, 3$ o 4
- No. La funzione di probabilità congiunta non è uguale al prodotto delle marginali. Per esempio, $p_{X,Y}(0,0) = 0.05 \neq p_X(0)p_Y(0)$.
- $\mu_X = 2.15$, $\mu_Y = 2.05$
- $\sigma_X = 1.1948$, $\sigma_Y = 1.2440$
- $\text{Cov}(X, Y) = 1.0525$
- $\rho_{X,Y} = 0.7081$