

C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. Giovanni Borgioli - Serena Matucci

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

1/03/2011

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

CdL:

Prova orale:

ESERCIZIO 1 (punti 6):

Verificare se la seguente equazione differenziale sia esatta e, in caso affermativo, calcolarne la soluzione:

$$\frac{x^2}{y^2} y' - 2 \frac{x}{y} = 0.$$

SOLUZIONE:

$$\psi(y, x) = -\frac{x^2}{y} + C.$$

ESERCIZIO 2 (punti 6):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$y'' - 5y' - 6y = e^{3x}, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 1.$$

SOLUZIONE:

$$y = \frac{10}{21} e^{6x} + \frac{45}{28} e^{-x} - \frac{1}{12} e^{3x}.$$

ESERCIZIO 3 (punti 8):

Si consideri la funzione

$$f(x) = x^2, \quad \pi \leq x < 3\pi.$$

$$f(x + 2\pi) = f(x).$$

Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) \sim \frac{13}{3}\pi^2 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos nx + 8\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin nx.$$

Prof. G. Borgioli - S. Matucci

PROVA SCRITTA di METODI PROBABILISTICI

01/03/2011

COGNOME:

Prova orale

NOME:

N. matricola:

Es. 1 (punti 4). Acquistiamo una scatola di viti di diametro 4 mm e una scatola dei corrispettivi dadi. Supponiamo che il diametro X delle viti sia distribuito normalmente, con media 4 (mm) e deviazione standard 0,003 (mm), che il diametro interno dei dadi Y sia anche esso distribuito normalmente con media 4,005 (mm) e deviazione standard 0,004 (mm), e che i processi produttivi delle viti e dei dadi siano indipendenti. Sapendo che una combinazione lineare di v.a. normalmente distribuite e indipendenti, è ancora una v.a. normalmente distribuita, e detta $S = Y - X$,

a) Calcolare la media e la deviazione standard di S

b) Calcolare la probabilità che, presi a caso un dado e una vite, la vite sia troppo grande per essere avvitata al dado (*esprimere in funzione di S*).

Risposte: a) $\mu_S = 0,005$ $\sigma_S = 0,005$ b) $P \simeq 0,1587$

Svolgimento:

Es. 2 (punti 3). Marco fa il seguente esperimento: lancia un dado equilibrato, e se esce un numero da 1 a 4 lancia 2 monete, mentre se esce 5 o 6 lancia una sola moneta. Supponendo che le monete siano perfettamente bilanciate, quale è la probabilità, a seguito di un lancio del dado, di ottenere almeno una volta l'evento "testa"?

Risposta: $P = \frac{2}{3}$

Svolgimento:

Es. 3 (punti 3). Calcolare media e varianza di una v.a. discreta X , la cui funzione di ripartizione $F(t)$ è data da:

$$F(t) = \begin{cases} 0 & t < 2 \\ 1/4 & 2 \leq t < 3 \\ 3/5 & 3 \leq t < 4 \\ 9/10 & 4 \leq t < 5 \\ 1 & t \geq 5. \end{cases}$$

Risposta: $E[X] = \frac{13}{4} = 3,25$

$Var(X) = \frac{71}{80} = 0,8875$

Svolgimento: