

C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. G. Borgioli - S. Matucci

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

8/06/2010

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

CdL:

Prova orale:

ESERCIZIO 1 (punti 6):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$y' + y \cos x = \frac{\sin 2x}{2}, \quad y(0) = 1.$$

SOLUZIONE:

$$y = 2e^{-\sin x} + \sin x - 1 .$$

ESERCIZIO 2 (punti 6):

Calcolare la soluzione generale della seguente equazione differenziale:

$$y'' + y' - 6y = 2e^{-x} .$$

SOLUZIONE:

$$y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{2x} - \frac{1}{3} e^{-x} .$$

ESERCIZIO 3 (punti 8):

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -x, & -1 \leq x \leq 0 \\ x(x-1), & 0 < x \leq +1 \end{cases}$$

$$f(x+2) = f(x).$$

Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) = \frac{1}{6} + \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos(n\pi x) + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sin(n\pi x) - \frac{4}{\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin((2n-1)\pi x)}{(2n-1)^3}.$$

Prof. G. Borgioli - S. Matucci

PROVA SCRITTA di METODI PROBABILISTICI

08/06/2010

COGNOME:

Prova orale

NOME:

N. matricola:

Es. 1 (punti 4). In via Baracca accadono, in media, 9 incidenti l'anno. Assumendo che il numero di incidenti in un anno sia un processo di Poisson, calcolare: **a)** la probabilità che passi almeno un mese tra due incidenti consecutivi; **b)** la probabilità che passi meno di un mese tra due incidenti consecutivi; **c)** la probabilità che si verifichino al massimo 2 incidenti in un mese.

Risposte: **a)** $P = e^{-3/4} \cong 0,4724$ **b)** $P = 1 - e^{-3/4} \cong 0,5276$
c) $P = 65e^{-3/4}/32 \cong 0,9594$

Svolgimento:

Es. 2 (punti 2). Sia X una v.a. continua con densità

$$f(x) = \begin{cases} 2(x+1)/9 & \text{per } x \in [-1, 2] \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Determinare: **a)** il valore atteso di X , **b)** la probabilità che X assuma valori positivi.

Risposte: **a)** $\mu_X = 1$ **b)** $P(X > 0) = 8/9$

Svolgimento:

Es. 3 (punti 2). Sia X la variabile aleatoria dell'es. 2 e sia $Z = X^3$. Calcolare la funzione di ripartizione di Z .

Risposta: $F(z) = 0$ per $z \leq -1$
 $(\sqrt[3]{z^2} + 2\sqrt[3]{z} + 1)/9$ per $-1 < z \leq 8$
 1 per $z > 8$

Svolgimento:

Es. 4 (punti 2). Una ditta acquista lotti di 10000 condensatori. Per verificarne il funzionamento, per ogni lotto vengono scelti 3 condensatori a caso e testati; se almeno uno è difettoso il lotto viene rimandato indietro. Sapendo che 1000 condensatori di un lotto sono difettosi, quale è la probabilità che il lotto sia rimandato indietro?

Risposta: $P = 0,271$

Svolgimento: