

C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni  
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. Giovanni Borgioli - Serena Matucci

**PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI**

**8/07/2011**

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

CdL:

**Prova orale:**

**ESERCIZIO 1 (punti 6):**

Dimostrare che la seguente equazione differenziale è esatta e trovare la soluzione particolare per cui  $y(1) = 0$ :

$$(y - x^2 + xe^y)y' + (x - 2xy + e^y) = 0.$$

SOLUZIONE:

$$x^2 - 2x^2y + 2xe^y + y^2 = 3.$$

**ESERCIZIO 2 (punti 6):**

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$y'' - 5y' + 6y = e^x(2x - 3), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 3.$$

SOLUZIONE:

$$y = e^{2x} + xe^x.$$

ESERCIZIO 3 (punti 8):

Si consideri la funzione

$$f(x) = \cos \frac{x}{2}, \quad 0 \leq x \leq 2\pi$$

$$f(x + 2\pi) = f(x).$$

Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) \sim \frac{8}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{4n^2 - 1} \sin nx.$$

Prof. G. Borgioli - S. Matucci

**PROVA SCRITTA di METODI PROBABILISTICI**

**08/07/2011**

COGNOME:

**Prova orale**

NOME:

N. matricola:

**Es. 1** (punti 2). Siano  $X$  e  $Y$  due v.a. indipendenti, con  $X \sim \text{Geom}(1/3)$  e  $Y \sim \text{Geom}(3/4)$ . Calcolare la probabilità che  $X$  e  $Y$  coincidano.

**Risposta:**  $P(X = Y) = 0,3$

**Svolgimento:**

**Es. 2** (punti 3). In uno stabilimento che produce passata di pomodoro, la quantità (in grammi) di prodotto inserito in ogni barattolo segue una legge normale di media 200 e varianza 0,25. I barattoli sono considerati sottopeso se il contenuto non raggiunge i 199 grammi. Calcolare: a) la probabilità che un barattolo non sia sottopeso, b) a quale valore deve essere portata la media (fermo restando la varianza) affinché i barattoli sottopeso siano al più l'1%.

**Risposte:** a)  $P = 0,97725$

b)  $\mu = 200,165$

**Svolgimento:**

**Es. 3** (punti 5). Siano  $X$  e  $Y$  due v.a. discrete. Sapendo che  $E[X] = 3$ ,

a) completare la seguente tabella, dove sono riportate sia la densità di probabilità congiunta che le marginali,

b) calcolare  $P(XY > 0)$ ,

c) calcolare  $Cov(X, Y)$ .

	Y=0	Y=1	Y=2	
X=0	?	0,2	?	?
X=5	0	0,3	?	?
	?	?	0,3	

**Risposte:**

a)

	Y=0	Y=1	Y=2	
X=0	0,2	0,2	0	0,4
X=5	0	0,3	0,3	0,6
	0,2	0,5	0,3	

b)  $P(XY > 0) = 0,6$

c)  $Cov(X, Y) = 1,2$

**Svolgimento:**