C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. G. Borgioli - S. Matucci

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI
9/07/2010

COGNOME:
NOME:
N. matricola:
CdL: **Prova orale**:

ESERCIZIO 1 (**punti 6**):

Verificare se la seguente equazione differenziale sia esatta ed in caso affermativo trovare la soluzione:

$$x^2yy' - e^{2x} + xy^2 = 0 \ .$$

SOLUZIONE:

L'equazione è esatta e la soluzione è

$$\psi(y,x) = \frac{1}{2}\left(x^2y^2 - e^{2x}\right) + C \ .$$

ESERCIZIO 2 (**punti 6**):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$y'' - 2y' + 2y = e^x \cos x \ , y(0) = 1 \ , \ y'(0) = 0 \ .$$

SOLUZIONE:

$$y = e^x(\cos x - \sin x) + \frac{1}{2}xe^x \sin x \ .$$

ESERCIZIO 3 (**punti 8**):

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -x(x+1)\ , & -1 \le x \le 0 \\ \\ x\ , & 0 < x \le +1 \end{cases}$$

$$f(x+2) = f(x)\ .$$

Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) = \frac{1}{3} + \frac{2}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^2}\cos n\pi x + \frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos(2n-1)\pi x}{(2n-1)^2} +$$

$$\frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}\sin n\pi x - \frac{4}{\pi^3}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(2n-1)\pi x}{(2n-1)^3}\ .$$

C.d.L. in Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. G. Borgioli - S. Matucci

PROVA SCRITTA di METODI PROBABILISTICI
09/07/2010

COGNOME: **Prova orale**
NOME:
N. matricola:

Es. 1 (punti 3). Sulla base dell'esperienza maturata negli anni precedenti, un rivenditore di auto sa che per l'anno successivo venderà tra le 40 e le 90 auto di settore A, con la seguente distribuzione di probabilità (vedi tabella, dove X è il numero di auto di settore A vendute).

X	40	50	60	70	80	90
$p(x)$	$0,05$	$0,15$	$0,21$	$0,54$	$0,04$	$0,01$

a) Calcolare il numero medio di autovetture di settore A vendute, e la deviazione standard.
b) Se il gestore ordina 70 autovetture di settore A, con quale probabilità saranno tutte vendute? Con quale probabilità rimarranno scorte di magazzino indesiderate?
c) Per essere pressoché certo (al 95%) di avere vetture a sufficienza, quante ne dovrebbe ordinare?

Risposte: **a)** $\mu = 64$ $\sigma = \sqrt{98} \cong 9,899$ **b)** $P_1 = 0,59$ $P_2 = 1 - P_1 = 0,41$ **c)** $N = 70$
Svolgimento:

Es. 2 (punti 4). Sia $Z = (X, Y)$ una v.a. continua bidimensionale, con distribuzione uniforme all'interno del triangolo di vertici $(0,0)$, $(0,2)$, $(4,0)$.

a) Calcolare le densità marginali di X e Y e la loro media.
b) X e Y sono indipendenti?

Risposte: **a)** $f_X(x) = \begin{cases} \frac{4-x}{8}, & 0 \leq x \leq 4 \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$, $\mu_X = \frac{4}{3}$, $f_Y(y) = \begin{cases} \frac{2-y}{2}, & 0 \leq y \leq 2 \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$, $\mu_Y = \frac{2}{3}$

b) No

Svolgimento:

Es. 3 (punti 3). Il titolare di un'azienda di biotecnologie ha deciso di sottoporre i dipendenti a una macchina della verità, allo scopo di stabilire chi ha divulgato notizie coperte da segreto industriale. Tale macchina è in grado di rivelare correttamente il comportamento dei dipendenti nel 90% dei casi (sia per i dipendenti colpevoli che per quelli innocenti). I dipendenti che la macchina dichiara colpevoli vengono licenziati. Si supponga che il 4% dei dipendenti sia in effetti colpevole di divulgazione di segreto industriale. a) Quale frazione dei dipendenti licenziati è effettivamente innocente? b) Fra i dipendenti non licenziati, quale frazione ha commesso dei furti?

Risposte: **a)** $P = \frac{24}{33} \cong 0,73$ **b)** $P = \frac{1}{217} \cong 0,005$

Svolgimento: