

C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni  
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. Giovanni Borgioli - Serena Matucci

**PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI**

**9/09/2011**

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

CdL:

**Prova orale:**

**ESERCIZIO 1 (punti 6):**

Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$(x^2 - 1)y' + 2xy - \cos x = 0.$$

SOLUZIONE:

$$y = \frac{\sin x + C}{x^2 - 1}.$$

**ESERCIZIO 2 (punti 6):**

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$y'' + 9y = 8 \cos x, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1, \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$

SOLUZIONE:

$$y = \cos x + \frac{2}{3} \cos 3x + \sin 3x.$$

ESERCIZIO 3 (punti 8):

Si consideri la funzione

$$f(x) = |x| - \pi, \quad -\pi \leq x \leq +\pi$$

$$f(x + 2\pi) = f(x).$$

Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) \sim -\frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n-1)x}{(2n-1)^2}.$$

Prof. G. Borgioli - S. Matucci

**PROVA SCRITTA di METODI PROBABILISTICI**

**09/09/2011**

COGNOME:

**Prova orale**

NOME:

N. matricola:

**Es. 1** (punti 5). Un'asticella di legno di lunghezza 2 metri viene tagliata in un punto a caso, ottenendo così due asticelle. Sia  $X$  la v.a. "lunghezza della prima asticella"; risulta quindi che  $X$  è una v.a. distribuita uniformemente. Sia quindi  $Y$  la v.a. "area del rettangolo avente come lati consecutivi le due asticelle ottenute". Calcolare la densità di probabilità di  $Y$  e la sua media.

**Risposte:** a)  $f_Y(y) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \vee x \geq 1 \\ \frac{1}{2\sqrt{1-x}} & 0 < x < 1 \end{cases}$  b)  $E(Y) = \frac{2}{3}$

**Svolgimento:**

**Es. 2** (punti 3). Il numero di litri erogati da un fontanello si può pensare distribuito secondo una variabile di Poisson. Sapendo che in media vengono erogati 9 decaltri l'ora, calcolare la probabilità che nell'arco di 20 minuti vengano erogati: a) 4 decaltri, b) non più di 4 decaltri, c) almeno 4 decaltri.

**Risposte:** a)  $P \sim 0,168$                       b)  $P \sim 0,815$                       c)  $P \sim 0,353$

**Svolgimento:**

**Es. 3** (punti 2). Marco ha i calzini sportivi divisi in due cassette; il primo cassetto contiene 3 calzini bianchi e 2 calzini neri, mentre il secondo cassetto contiene 3 calzini bianchi e 6 neri. Marco pesca a caso un calzino dal primo cassetto, e, senza guardarlo, lo mette nel secondo cassetto. Prende quindi, a caso, un calzino dal secondo cassetto.

a) Calcolare la probabilità che il calzino pescato dal secondo cassetto sia nero.

b) Sapendo che il calzino pescato dal secondo cassetto è nero, calcolare la probabilità che anche il calzino trasferito dal primo al secondo cassetto fosse nero.

**Risposte:** a)  $P = \frac{16}{25}$                       b)  $P = \frac{7}{16}$

**Svolgimento:**