C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. Giovanni Borgioli - Serena Matucci

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI
14/06/2011

COGNOME:
NOME:
N. matricola:
CdL: **Prova orale**:

ESERCIZIO 1 (**punti 6**):

Risolvere la seguente equazione differenziale del primo ordine:

$$y' + xy = \frac{x}{y^3}\,, \quad y \neq 0\,.$$

SOLUZIONE:

$$y^4 = 1 + Ce^{-2x^2}\,.$$

ESERCIZIO 2 (**punti 6**):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$y'' - y' - 2y = 5\sin x\,, \quad y(0) = 1\,,\ y'(0) = -1\,.$$

SOLUZIONE:

$$y = \frac{1}{3}\,e^{2x} + \frac{1}{6}\,e^{-x} - \frac{3}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x\,.$$

ESERCIZIO 3 (**punti 8**):

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1 \ , & -\frac{\pi}{2} \leq x < 0 \\ \\ \cos x \ , & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$f(x+\pi) = f(x) \ .$$

Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) \sim \frac{\pi+2}{2\pi} + \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{4n^2-1}\cos 2nx - \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2n-1}\sin 2(2n-1)x + \frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4n}{4n^2-1}\sin 2nx \ .$$

C.d.L. in Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. G. Borgioli - S. Matucci

PROVA SCRITTA di METODI PROBABILISTICI
14/06/2011

COGNOME: **Prova orale**
NOME:
N. matricola:

Es. 1 (punti 2). Siano X e Y due v.a. discrete, indipendenti, con $X \in \{-1, 1\}$ e $Y \in \{-2, 2\}$. Sapendo che $p_X(1) = 1/3$ e $p_Y(2) = 3/4$, calcolare $P(X^3Y = -2)$.

Risposta: $P = \frac{7}{12} \simeq 0,58$

Svolgimento:

Es. 2 (punti 2). Una ditta produce due tipi distinti di molle; il 60% della produzione è di molle di tipo A, il restante di molle di tipo B. Sappiamo che il 90% di molle di tipo A e l' 85% di molle di tipo B passano il collaudo. Calcolare la probabilità che, presa a caso una molla prodotta, essa passi il collaudo.

Risposta: $P = 0,88$

Svolgimento:

Es. 3 (punti 6). Sia $Z = (X, Y)$ una v.a. bidimensionale, con densità

$$f(x,y) = \begin{cases} k\sqrt{xy} & \text{se } (x,y) \in T \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

dove T è il triangolo di vertici (0,0), (3,0), (3,3).
a) Calcolare il valore del parametro k.
b) Calcolare le densità marginali di X e di Y. Le v.a. X e Y sono indipendenti?
c) Considerati gli eventi: $A = (Y > 1)$ e $B = (X > 2)$, calcolare $P(A \cap B)$.

Risposte: **a)** $k = \frac{1}{6}$

b) $f_X(x) = \frac{x^2}{9}$ se $0 \le x \le 3$, 0 altrimenti

$f_Y(y) = \frac{\sqrt{3y}}{3} - \frac{y^2}{9}$ se $0 \le y \le 3$, 0 altrimenti

c) $P(A \cap B) = (19 - 6\sqrt{3} + 4\sqrt{2})/27 \simeq 0,5283$

Svolgimento: