

C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. G. Borgioli - S. Matucci

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

16/02/2010

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

CdL:

Prova orale:

ESERCIZIO 1 (punti 6):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$xy' - y - y^2 e^{2x} = 0, \quad y(1) = 1.$$

SOLUZIONE:

$$y = \frac{2x}{2 + e^2 - e^{2x}}.$$

ESERCIZIO 2 (punti 6):

Calcolare la soluzione generale della seguente equazione differenziale:

$$y'' + y' + 4y = e^x - e^{-x}.$$

SOLUZIONE:

$$y = e^{-\frac{x}{2}} \left(C_1 \cos \frac{\sqrt{15}}{2} x + C_2 \sin \frac{\sqrt{15}}{2} x \right) + \frac{1}{6} e^x - \frac{1}{4} e^{-x}.$$

ESERCIZIO 3 (punti 8):

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -1, & -2 \leq x < 0 \\ +1, & 0 \leq x \leq +2 \end{cases}$$

$$f(x+4) = f(x).$$

Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left((2n-1)\frac{\pi x}{2}\right)}{(2n-1)}.$$

Prof. G. Borgioli - S. Matucci

PROVA SCRITTA di METODI PROBABILISTICI

16/02/2010

COGNOME:

Prova orale

NOME:

N. matricola:

Es. 1 (punti 3). Il tempo di vita medio di un dispositivo prodotto dalla ditta Flash è pari a 2800 ore. Sapendo che il tempo di vita è, con buona approssimazione, distribuito normalmente, determinare il valore massimo della deviazione standard sapendo che la probabilità che un tale dispositivo abbia una durata compresa tra le 2300 e le 3300 ore (2800 ± 500 ore) è pari a 0,8.

Risposta: $\sigma = 390$

Svolgimento:

Es. 2 (punti 4). Sia (X, Y) una v.a. bidimensionale con densità congiunta uniforme nel cerchio di centro l'origine e raggio 2. Determinare: **a)** la densità marginale di X , **b)** il valore atteso di X , **c)** la densità della v.a. $Z = X^2$.

Risposte: **a)** $f_X(x) = \sqrt{4 - x^2}/(2\pi)$ per $|x| \leq 2$, 0 altrimenti **b)** $\mu_X = 0$

c) $f_Z(t) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4-t}{t}}$ per $0 < t \leq 4$, 0 altrimenti

Svolgimento:

Es. 3 (punti 3). Tre urne differenti contengono ognuna dieci palline, nella seguente composizione: la prima urna ha 9 palline rosse e 1 bianca, la seconda urna ha 1 pallina rossa e 9 bianche, la terza urna ha 5 palline rosse e 5 bianche. Si lancia un dado non truccato, e a seconda del risultato si estrae una pallina da una delle urne, secondo la seguente regola: se esce 1 si estrae una pallina dalla prima urna, se esce 2, 3, o 6 si estrae una pallina dalla seconda urna, se esce 4 o 5 si estrae una pallina dalla terza urna. **a)** Calcolare la probabilità che, a seguito del lancio del dado, la pallina estratta sia rossa. **b)** Sapendo che la pallina estratta con questo procedimento è rossa, calcolare la probabilità che sia stata estratta dalla terza urna.

Risposte: a) $\frac{11}{30}$ b) $\frac{5}{11}$

Svolgimento: