

C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni  
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. G. Borgioli - S. Matucci

**PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI**

**20/01/2010**

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

CdL:

**Prova orale:**

**ESERCIZIO 1 (punti 6):**

Verificare se la seguente equazione differenziale sia esatta e, in caso affermativo, integrarla:

$$(x^2 \cos y + x e^{xy})y' + 2x \sin y + y e^{xy} = 0 .$$

SOLUZIONE:

$$x^2 \sin y + e^{xy} = C .$$

**ESERCIZIO 2 (punti 6):**

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$y'' + 2y' + 5y = -3 \sin 3x , \quad y(0) = 1 , y'(0) = 0$$

SOLUZIONE:

$$y = e^{-x} \left( \frac{17}{26} \cos 2x - \frac{1}{52} \sin 2x \right) + \frac{9}{26} \cos 3x + \frac{3}{13} \sin 3x .$$

ESERCIZIO 3 (punti 8):

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < \pi \\ 1, & \pi \leq x \leq 2\pi \end{cases}$$

$$f(x + 2\pi) = f(x).$$

Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) = \frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos((2n-1)x)}{(2n-1)^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin nx - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin((2n-1)x)}{2n-1}.$$

Prof. G. Borgioli - S. Matucci

**PROVA SCRITTA di METODI PROBABILISTICI**

**20/01/2010**

COGNOME:

**Prova orale**

NOME:

N. matricola:

**Es. 1** (punti 4). Luigi ha i calzini suddivisi in tre cassette nel seguente modo: nel primo cassetto ha 6 calzini bianchi, nel secondo ha 2 calzini bianchi, 2 neri e 5 verdi, nel terzo ha 3 calzini verdi e 4 neri.

a) Quale è la probabilità che, aprendo un cassetto a caso, estragga (a caso) 2 calzini verdi?

b) Sapendo che al punto a) ha estratto 2 calzini verdi, quale è la probabilità che abbia aperto il secondo cassetto?

**Risposte:** a)  $\frac{53}{378} \cong 0,14$

b)  $\frac{35}{53} \cong 0,66$

**Svolgimento:**

**Es. 2** (punti 3). Sia

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{cy}{x^2 + y^2}, & \text{se } 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, x \geq 0, y \geq 0 \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

a) Determinare il valore  $c \in \mathbb{R}$  affinché  $f$  sia una densità.

b) Siano  $X, Y$  v.a. continue con densità congiunta  $f$ . Calcolare  $P(X > Y)$ .

**Risposte:** a)  $c = \frac{1}{2}$

b)  $1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \cong 0,29$

**Svolgimento:**

**Es. 3** (punti 3). Una lampadina di tipo A ha una durata (in anni) che segue una legge esponenziale di media 5, mentre una di tipo B ha una durata (in anni) che segue una legge esponenziale di media 8. Calcolare la probabilità che una lampadina di tipo B si fulmini prima di una di tipo A, assumendo che le loro durate siano indipendenti.

**Risposta:**  $\frac{5}{13} \cong 0,38$

**Svolgimento:**