

C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. G. Borgioli - S. Matucci

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

23/06/2010

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

CdL:

Prova orale:

ESERCIZIO 1 (punti 6):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$y' + 2xy = 2x^3, \quad y(1) = 1.$$

SOLUZIONE:

$$y = e^{1-x^2} + x^2 - 1.$$

ESERCIZIO 2 (punti 6):

Calcolare la soluzione generale della seguente equazione differenziale:

$$y'' - y' + y = e^x.$$

SOLUZIONE:

$$y = e^{\frac{x}{2}} \left(C_1 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} x + C_2 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} x \right) + e^x.$$

ESERCIZIO 3 (punti 8):

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} (x+1) , & -1 \leq x \leq 0 \\ 1 , & 0 < x \leq +1 \end{cases}$$

$$f(x+2) = f(x) .$$

Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) = \frac{3}{4} + \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n-1)\pi x}{(2n-1)^2} + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin n\pi x .$$

Prof. G. Borgioli - S. Matucci

PROVA SCRITTA di METODI PROBABILISTICI

23/06/2010

COGNOME:

Prova orale

NOME:

N. matricola:

Es. 1 (punti 3). Il contenuto di alcune lattine di aranciata, riempite meccanicamente, è normalmente distribuito con media 33,05 cl e deviazione standard 0,04 cl.

- a) Determinare la percentuale di lattine che contengono meno di 33 cl di aranciata.
- b) Il processo può essere calibrato. Determinare il valore a cui porre la media affinché il 99% delle lattine contenga almeno 33 cl di aranciata. (Fermo restando la deviazione standard di 0,04 cl)
- c) Se il processo viene impostato a media 33,05 cl, determinare la deviazione standard affinché il 99% delle lattine contenga almeno 33 cl di aranciata.

Risposte: a) $P = 0,1056 \cong 11\%$ b) $\mu = 33,093 \text{ cl}$ c) $\sigma = 0,02146$

Svolgimento:

Es. 2 (punti 4). Verificare che la seguente funzione può essere assunta come densità congiunta di una v.a. bidimensionale $Z = (X, Y)$

$$f_Z(x, y) = \begin{cases} \frac{ye^x}{2(e-1)} & \text{per } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- a) Determinare le densità marginali e le rispettive medie.
- b) Le v.a. X e Y sono indipendenti?

Risposte: a) $f_X(x) = \begin{cases} \frac{e^x}{e-1} & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$ $\mu_X = \frac{1}{e-1}$ $f_Y(y) = \begin{cases} \frac{y}{2} & 0 \leq y \leq 2 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$

$\mu_Y = \frac{4}{3}$ b) X, Y sono indipendenti

Svolgimento:

Es. 3 (punti 3). Una data malattia ha incidenza del 4% nella popolazione di età inferiore a 30 anni, del 13% nella popolazione di età compresa tra 30 e 60 anni, e del 10% nella popolazione di età maggiore di 60 anni. Sapendo che nel campione scelto il 48 % degli individui ha età inferiore a 30 anni, il 42% ha età compresa tra 30 e 60 anni, e il 10 % ha età maggiore di 60 anni,

a) preso un individuo dal campione, quale è la probabilità che sia affetto da questa malattia?

b) se un individuo, scelto a caso nel campione, ha tale malattia, quale è la probabilità che abbia età maggiore di 60 anni?

Risposte: a) $P = 0,0838 \cong 8,4\%$

b) $P \cong 0,1193 \cong 11,9\%$

Svolgimento: