C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. G. Borgioli - S. Matucci

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI
27/01/2011

COGNOME:
NOME:
N. matricola:
CdL: **Prova orale**:

ESERCIZIO 1 (**punti 6**):

Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$xyy' - y^2 = (x+y)^2 \exp\left(-\frac{y}{x}\right) \ .$$

SOLUZIONE:

$$x = C \exp\left(\frac{xe^{\frac{y}{x}}}{(x+y)}\right) \ .$$

ESERCIZIO 2 (**punti 6**):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$y'' - 4y' + 4y = xe^{2x} + \cos x \ , \quad y(0) = 1 \, , \ y'(0) = 0 \, .$$

SOLUZIONE:

$$y = \frac{22}{25}e^{2x} - \frac{8}{5}\,xe^{2x} + \frac{x^3}{6}e^{2x} + \frac{3}{25}\cos x - \frac{4}{25}\sin x \ .$$

ESERCIZIO 3 (**punti 8**):

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 \;, & -1 \leq x < 0 \\ \\ 1 \;, & \quad 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$f(x+2) = f(x) \;.$$

Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) \sim \frac{5}{6} + \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \cos{(n\pi x)} + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin{(n\pi x)} - \frac{4}{\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin{((2n-1)\pi x)}}{(2n-1)^3} \;.$$

C.d.L. in Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. G. Borgioli - S. Matucci

PROVA SCRITTA di METODI PROBABILISTICI
27/01/2011

COGNOME: **Prova orale**
NOME:
N. matricola:

Es. 1 (punti 3). Sia X una v.a. continua con densità

$$f(x) = \begin{cases} ax + bx^2, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Sapendo che $E[X] = 3/5$, determinare:
a) I valori dei parametri a e b,
b) $P(X < 1/2)$

Risposte: **a)** $a = \frac{18}{5}$ $b = -\frac{12}{5}$ **b)** $P = \frac{7}{20}$
Svolgimento:

Es. 2 (punti 4). Al controllo bagagli dell' aeroporto di Firenze transitano in media 2 passeggeri ogni 3 minuti. Assumendo che il numero di passeggeri che transitano dal controllo in un dato intervallo di tempo sia un processo di Poisson, calcolare
a) la probabilità che in 5 minuti siano transitati non più di 2 passeggeri,

b) la probabilità che in 5 minuti siano transitati almeno 3 passeggeri,
c) la probabilità che il tempo di attesa tra un passeggero ed il successivo sia superiore a 2 minuti.

Risposte: a) $P = \frac{89}{9} e^{-10/3} \cong 0,3528$ b) $P = 1 - \frac{89}{9} e^{-10/3} \cong 0,6472$
c) $P = e^{-4/3} \cong 0,2636$

Svolgimento:

Es. 3 (punti 3). Per costruire un dato circuito, occorrono 6 condensatori con capacità $0,2 \pm 0,03$ F. Si acquista un lotto di 15 condensatori, e, dopo averli testati, si sa che solo 7 di essi soddisfano le specifiche richieste. Se scegliamo a caso 6 condensatori tra i 15 disponibili, calcolare
a) la probabilità che esattamente 4 condensatori non soddisfino le specifiche
b) la probabilità che almeno 1 soddisfi le specifiche.

Risposte: a) $P = \frac{42}{143} \cong 0,2937$ b) $P = \frac{711}{715} \cong 0,9944$

Svolgimento: